

1 Le mélange

On mélange deux masses d'eaux m_1 et m_2 initialement aux températures T_1 et T_2 dans une enceinte adiabatique. Après équilibration, on obtient une masse d'eau à la température T_f . Parmi les propositions suivantes, trouvez les résultats qui sont forcément faux, et expliquez pourquoi.

$$T_f = \frac{T_1 + T_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

$$T_f = \frac{T_1 m_1}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

$$T_f = 3 \frac{T_1 m_1 + T_2 m_2}{m_1 + m_2} \quad (3)$$

$$T_f = \frac{T_1 m_2 + T_2 m_1}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

$$T_f = \frac{T_1 m_2 + T_2 m_1}{\sqrt{m_1 m_2}} \quad (5)$$

$$T_f = \frac{T_1 m_1 + T_2 m_2}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

$$T_f = 3 \frac{T_1 + T_2 m_2}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

2 L'atome de Bohr

On a observé depuis la fin du 18^e siècle que le spectre d'émission d'un atome est discret (composé de raies). Au début du 20^e siècle, Bohr a réussi à expliquer ce phénomène pour l'hydrogène à l'aide d'un modèle dans lequel l'électron gravite autour du noyau. Bohr fait appel à une *constante universelle* \hbar appelée constante de Planck : $\hbar = 1,0 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$.

Dans cet exercice, on souhaite déterminer la taille d'un atome d'hydrogène

1. Quelles sont les quantités physiques influençant la taille de l'atome d'hydrogène ?

2. En utilisant l'analyse dimensionnelle, trouvez une combinaison des paramètres pertinents qui a la dimension d'une longueur. En supposant que la constante de proportionnalité est proche de 1, estimez la taille de l'atome. Est-ce raisonnable ?

On donne $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^{-3} \text{ s}^2 \text{ C}^{-2}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

3 La température du soleil

1. Dans la théorie quantique du rayonnement, on relie la longueur d'onde λ d'une onde électromagnétique à une énergie E , en utilisant la constante de planck \hbar et la vitesse de la lumière $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. En utilisant l'analyse dimensionnelle, trouvez une relation entre ces quantités.

2. Lorsqu'un corps est chaud, il émet de l'énergie sous forme de rayonnement. Par exemple, les humains ($T \sim 37^\circ \text{ C}$) émettent de la lumière dans l'infra-rouge. Ces rayonnements ne son pas détectables par l'œil, mais le sont par des caméras spéciales (utilisées notamment par les militaires pour voir la nuit). Le soleil est plus chaud, et émet à une longueur d'onde plus petite, dans le spectre du

visible. Pour relier température et longueur d'onde, on a besoin, en plus de \hbar et de c de la constante de Boltzmann $k_B = 1.3 \cdot 10^{-23}$ J/K. à l'aide de ces constantes, et sachant que la longueur d'onde de la lumière jaune est de l'ordre de 600 nm, évaluez la température du soleil. Que peut-on dire d'une étoile plus rouge ? d'une étoile plus bleue ?

4 Les trous noirs

Un trou noir est un objet tellement dense que même la lumière ne peut s'en échapper (d'où son nom!). Pour avoir une compréhension fine de cet objet, il faut savoir faire des calculs complexes de relativité générale, dans des espace courbes... Sans rentrer dans ces détails, on peut estimer la taille d'un trou noir en fonction de sa masse. Les constantes fondamentales intervenant dans ce problème sont la constante universelle $\mathcal{G} = 6.7 \cdot 10^{-11}$ kg⁻¹m³s⁻² et la vitesse de la lumière. À partir de ces quantités, trouvez une expression ayant les dimensions d'une longueur. Évaluez la taille d'un trou noir de la masse de la terre $m_{\oplus} = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg. Même question pour la une masse solaire $m_{\odot} = 2.0 \cdot 10^{30}$ kg.