Paris 6
IST 1
2005-2006

THERMODYNAMIQUE

Partiel 2, le 24 janvier 2006

Vérifiez systématiquement vos résultats (analyse dimensionnelle, cas limites, tout ce que vous pouvez imaginer, ...). Tout résultat absurde conduira à des points négatifs... L'examen est un peu long mais le barème est sur plus de 20 points, donc pas de panique si vous ne finissez pas.

---

1 Le mélange

On considère deux masses égales d'eau aux température T_1 et T_2.

1. On met en contact les deux masses d'eau jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint. Quelle est la température finale T_f du système ?

2. Calculez la variation d'entropie de l'univers lors de cette transformation. Cette transformation est-elle réversible ?

3. On souhaite maintenant équilibrer (amener à la même valeur) les températures des deux masses d'eau par un processus réversible. Quelle doit alors être la variation d'entropie de l'univers ?

4. On note T_g la températre finale commune aux deux masses d'eau. Calculez la variation d'entropie des deux masses d'eau puis déterminez T_g en fonction de T_1 et de T_2.

5. Déterminez Q_1 et Q_2 les échanges d'énergie sous forme de chaleur avec les deux réservoirs (faites attention aux signes). Montrez que $Q_1 + Q_2$ est non-nul et doit être interprété comme un travail. Discutez le signe de ce travail.

6. Comment pourrait-on réaliser expérimentalement la transformation précédente ?

---

2 α_S

Dans la première partie de cet exercice, on considère une substance quelconque (pas forcément un gaz parfait...).

1. Rappelez la définition du coefficient de diltation isotherme α et la compressibilité isotherme κ.

2. Exprimer la capacité calorifique à volume constant comme une dérivée de l'entropie.

3. A l'aide des relations entre dérivées partielles, reliez $(\partial P/\partial T)|_V$ à α et κ.

4. On s'intéresse maintenant au coefficient de dilatation adiabatique α_S (à entropie constante). Donnez la définition de ce coefficient thermodynamique. Comment peut-on le mesurer expérimentalement ?

5. En utilisant une relation entre dérivées partielles, exprimez α_S en fonction de C_V et $(\partial S/\partial V)|_T$.

6. Utilisez une relation de Maxwell pour exprimer $(\partial S/\partial V)|_T$, puis trouvez une expression reliant α_S à C_V, α et κ.

7. Calculez α et κ pour un gaz parfait. Déduisez-en α_S, puis exprimez α_S/α en fonction de γ.

8. En utilisant la formule $S = C_V \log(PV^\gamma) + cte$, calculez α_S et comparez avec votre résultat précédent.

3 κ_S

On rappelle les deux formes différentielles de l'entropie trouvées en cours : $TdS = C_P\ dT - TV\alpha\ dP$ et $TdS = C_V\ dT + T\frac{\alpha}{\kappa}\ dV$

1. Combinez les deux différentielles précédentes pour obtenir la différentielle de V en fonction de dP et dT. Tirez de cette relation une expression (un peu compliquée) de $(\partial V/\partial T)|_P$.

2. Déduisez-en une relation entre les chaleurs spécifiques à volume et pression fixées, α et κ.

3. On s'intéresse maintenant à la compressibilité adiabatique (à entropie constante) κ_S. Donnez la définition de cette quantité et expliquez comment on pourrait mesurer cette quantité expérimentalement.

4. Combinez maintenant les deux différentielles de l'entropie (1) et (2) pour exprimer dV en fonction de dS et dP. Déduisez-en une expression pour $(\partial V/\partial P)|_S$, puis exprimez κ_S.

5. Déterminez κ_S pour un gaz parfait à l'aide de la formule précédente. En utilisant la formule $S = C_V \log(PV^\gamma) + cte$, calculez κ_S et comparez avec votre résultat précédent.

4 Le moteur

On considère un gaz parfait qui subit une transformation cyclique $A \to B \to C \to D \to A$. La capacité calorifique C_V du gaz est constante (indépendante de la température). Dans l'état A, on note P_A, V_A et T_A les pressions, volume et température du gaz.

- $A \to B$: On place le gaz en contact avec un réservoir à la température T_B plus petite que T_A. La pression est maintenue constante.
- $B \to C$: Compression isotherme quasi-statique jusqu'au volume V_C.
- $C \to D$: On place le gaz en contact avec un réservoir à la température T_A. La pression est maintenue constante.
- $D \to A$: Détente isotherme quasi-statique jusqu'au volume V_A.

0. Rappelez en quoi consiste le cycle de Carnot, et comparez avec la situation considérée ici.

1. Donnez le protocole expérimental pour réaliser chacune des quatre transformations précédentes.

2. Toutes ces transformations sont-elles quasi-statiques ?

3. Décrivez cette transformation sur un diagramme (P, V).

4. Exprimez pression, volume et température dans les états A, B, C et D en fonction de V_A, V_C, P_A, T_A et T_B.

5. Déterminez l'énergie échangée avec l'extérieur sous forme de travail et de chaleur lors des 4 transformations précédentes. Donnez le signe de chacun de ces échanges et expliquez ce qu'il signifie.

6. On introduit le rendement du moteur $\mathcal{R}$ comme le rapport (en valeur absolue) entre le travail total et la quantité de chaleur fournie au moteur. Exprimez ce rendement en fonction des données du problème.

7. Comparez ce rendement avec celui du moteur ditherme (lequel est le plus grand ?). Vous pourrez par exemple calculer le rendement des deux moteurs. On rappelle que le rendement pour le moteur ditherme est $\mathcal{R}_d = 1 - T_B/T_A$.

8. Le cycle étudié ici est-il réversible ? Que peut-on en déduire sur la variation d'entropie de l'univers ? Que peut-on dire par ailleurs de la variation d'entropie du gaz parfait lors d'un cycle ?

9. Calculez la variation d'entropie de chacun des réservoirs lors d'un cycle (c'est très simple car la température du réservoir est constante, mais il faut faire attention aux signes...).

10$\star$. Considérez un cycle de Carnot lors duquel l'apport d'énergie sous forme de chaleur est égal à celui trouvé dans la question **6**. Quel est alors le travail W_d fourni par ce cycle ? montrez que la différence entre le travail fourni par le cycle considéré ici et W_d est proportionnel à la variation d'entropie de l'univers obtenue en **9**, en accord avec ce qu'on a trouvé en cours.