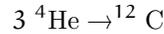

1 La fusion

Dans certaines étoiles, il se produit une réaction de fusion lors de laquelle trois atomes d'hélium 4 (composés de 2 protons et de 2 neutrons) se combinent pour former un atome de carbone 12 (composé de 6 protons et de 6 neutrons) :



Lors de cette réaction, il y a (indirectement) production de chaleur. Mais alors, le premier principe de la thermodynamique est-il violé? La réponse est évidemment non. En effet, cette production de chaleur est compensée par une diminution de l'énergie de masse $E_m = mc^2$ (m est la masse du corps **en kg** et $c = 3 \cdot 10^8$ m/s est la vitesse de la lumière), de sorte que le premier principe de la thermodynamique est satisfait.

1. En utilisant le premier principe de la thermodynamique, reliez la production de chaleur à la variation d'énergie de masse.

2. Sachant qu'une mole d'hélium 4 pèse 4,0026 g et qu'une mole de carbone 12 pèse 12,0000 g, calculez l'énergie thermique produite lors de la fusion de trois moles d'hélium 4. En déduire l'énergie produite lorsqu'on fait réagir 1 g d'hélium.

3. Supposons que la chaleur produite par notre réaction de fusion soit utilisée pour faire chauffer de l'eau. Estimez la masse d'hélium qu'il faut faire fusionner pour chauffer une tonne d'eau de 0° à 100° (on supposera que la chaleur spécifique est indépendante de la température)?

2 Variation d'entropie

On met en contact 1 kg d'eau à 10° C avec 1 kg d'eau à 90° C dans un réservoir à parois adiabatiques (isolant thermique). Quelle est la variation d'entropie du système?

3 Entropie de mélange

On se propose de calculer la variation d'entropie lors du mélange de deux gaz parfaits chimiquement neutres. Pour cela, on considère deux enceintes de volumes V_1 et V_2 . La première enceinte est remplie d'argon (noté Ar) et la seconde de xénon (noté Xe). Les deux gaz sont initialement à la même température et à la même pression. On fait communiquer les deux enceintes. Dans l'état final, la température et la pression sont égales à leurs valeurs initiales, et on a une densité uniforme de chaque espèce de gaz. La variation d'entropie est constituée de deux contributions, l'une (ΔS_{Ar}) due à l'expansion de l'argon, l'autre (ΔS_{Xe}) à l'expansion du xénon. Pour calculer ces contributions, on peut supposer que ces expansions se font dans le vide (et non pas dans l'autre espèce de gaz). Ceci est justifié par le fait que, dans un gaz parfait, les particules interagissent peu entre elles.

1. Ce processus est-il réversible? Que peut-on en déduire sur la variation d'entropie?

2. Reliez le rapport V_2/V_1 au rapport du nombre de mole des espèces chimiques.

3. (Dans cette question, on cherche des égalités très générales, et l'on n'utilisera pas l'hypothèse du gaz parfait). Écrivez la différentielle de S par rapport à dT et dV . Exprimez cette différentielle en fonction de C_V , T et $(\frac{\partial P}{\partial T})_V$. Vous utiliserez pour cela une égalité de Maxwell.

4. Calculez la dérivée partielle $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ pour un gaz parfait. Pour un processus à température constante, reliez la variation d'entropie à la variation de volume.
5. Intégrez cette relation pour déterminer ΔS_{Ar} et ΔS_{Xe} . Exprimez la variation totale d'entropie en fonction de n_{Ar} et de n_{Xe} .
6. Vérifiez analytiquement le résultat donné à la question 1. (vous pouvez trouver le signe de ΔS_{Ar} et de ΔS_{Xe} assez simplement).

4 La détente de Joule

On considère deux enceintes A et B (dont les parois sont rigides et adiabatiques) séparées par une paroi rigide. L'enceinte A a un volume V et l'enceinte B un volume très petit, noté dV . Au début de l'expérience, l'enceinte A contient n moles d'un fluide inconnu (pas forcément un gaz parfait!), et l'enceinte B est vide. On retire la paroi.

1. Ce processus est infinitésimal car les variations de volume et de température du gaz sont toutes petites. Par ailleurs, lors de ce processus, $\delta W = 0$ et $\delta Q = 0$. Pouvez-vous justifier ceci? Que peut-on dire de la variation d'énergie interne dU ?
2. Ce processus est-il réversible? Que peut-on en conclure quant à la variation d'entropie du gaz lors de ce processus?
3. Afin d'étudier ce qui se passe lors de la détente, on veut calculer $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U$.
 - a) Comment pourrait-on mesurer cette quantité expérimentalement? Expliquez pourquoi on s'intéresse ici à une dérivée à énergie interne constante.
 - b) Écrivez la différentielle de l'énergie interne en fonction de dS et dV .
 - c) Écrivez la différentielle de S par rapport à dV et dT , et reportez cette expression dans la différentielle de l'énergie interne.
 - d) À partir de l'expression précédente, exprimez la différentielle de T par rapport à dU et dV (très simple!) et déduisez-en $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U$.
 - e) En utilisant une égalité de Maxwell, et les relations entre dérivées partielles, exprimez $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U$ en fonction de $\beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$, C_V et P .
 - f) Il est important pour la suite que ce résultat soit juste. Vérifiez le résultat précédent (analyse dimensionnelle, etc.).
4. (Cette question est indépendante de la suite) Considérons un gaz de Van der Waals, dont l'équation d'état est donnée par :

$$RT = \left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right) \left(\frac{V}{n} - b\right)$$

où a et b sont deux constantes positives. Calculez β , et insérez cette expression dans le résultat de la question 3e). Simplifiez votre expression en utilisant l'équation d'état (la température doit disparaître). Quelle conclusion qualitative peut-on tirer du signe de $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U$ quant à la variation de température lors du processus de détente?

5. On considère un autre fluide (ni un gaz parfait, ni un gaz de Van der Waals). On trouve que, lors de la détente de ce fluide, la température ne varie pas. Que vaut alors $\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_U$? Déduisez-en une relation entre β et T .
6. Montrez que cette relation entre β et T implique que la pression est proportionnelle à la température : $P = T f(V)$.
7. (N'abordez cette question que si il vous reste du temps) Montrez que pour notre fluide, la chaleur spécifique à volume constant est indépendante du volume (à température fixée). Vous pourrez par exemple calculer $\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T$ et montrer que cette dérivée partielle est nulle.