
CAPES BLANC n° 3
Section Physique-Chimie
Samedi 22 janvier 2005
– Durée: 5 heures –

Recommandations pour ce devoir:

- On prendra soin d'adopter pour chaque question les notations de l'énoncé. Toute grandeur ne figurant pas dans l'énoncé doit-être clairement définie.
- Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre pour cela.

1 Thermodynamique

Dans cette partie, nous nous limiterons à des systèmes thermodynamiques fermés

1.1 Généralités

1. Qu'est-ce qu'une variable ou fonction d'état extensive ? même chose pour une variable d'état intensive. Donner des exemples.
2. Qu'appelle-t-on transformation infinitésimale ? transformation quasi-statique ? transformation réversible ?
3. Un système fermé est-il forcément isolé ? Comment définiriez-vous un système isolé ?
4. Comment définissez vous l'énergie interne U d'un système ?
5. Comment définit-on les capacités calorifiques à volume constant (C_V) et à pression constante (C_P) ?

1.2 Premier principe de la thermodynamique

1. Donnez un énoncé du premier principe de la thermodynamique.
2. En quoi ce principe s'avère-t-il expérimentalement nécessaire. Donnez un exemple d'expérience simple permettant de l'illustrer devant des élèves.
3. Comment feriez vous comprendre par un exemple, la différence entre travail et transfert thermique ?
4. Définir l'enthalpie H d'un système. Pourquoi introduit-on cette fonction d'état dans l'étude des transformations monobares ?

1.3 Second principe de la thermodynamique

1. Énoncez le second principe de la thermodynamique. En quoi ce principe s'avère-t-il expérimentalement nécessaire et quelle en est sa signification physique ? Comment pourriez-vous l'illustrer dans un cours introductif devant des élèves ?
2. Les concepts de transformation quasi-statique et de transformation réversible sont-ils liés à ce principe ? Pourquoi ? Donner un exemple illustrant la différence entre ces deux types de transformation.

Qu'appelle-t-on :

- transformation adiabatique ?
- transformation isentropique ?

1.4 Généralités sur le gaz parfait

On considère un gaz parfait constitué de N molécules dans un volume V et dont la capacité calorifique à volume constant est C_V . On rappelle la valeur de la constante $R = 8,31 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$.

1. Quelle définition valable à l'échelle microscopique proposeriez-vous pour caractériser un gaz parfait ?
2. Dans quelle(s) condition(s) une situation correspondant au gaz parfait peut-elle être observée ?
3. Quelle propriété importante vérifie l'énergie interne d'un gaz parfait (première loi de Joule) ?
4. Expliquez qualitativement pour quelle raison la capacité calorifique à volume constant (C_V) varie en général avec la température. Dans quelle situation C_V est-elle constante ?
5. Comment expliqueriez-vous à l'aide d'un modèle mécanique simple, la notion de pression cinétique devant des élèves (on ne demande pas de calcul) ?
6. Dans le cadre de la théorie cinétique des gaz, on montre que la pression dans un gaz parfait s'exprime par la relation

$$P = \frac{1}{3}nm\overline{u^2} \quad , \quad (1)$$

où n représente le nombre de molécules de gaz par unité de volume, m la masse d'une molécule de gaz et u la vitesse quadratique moyenne.

- (a) Retrouvez l'équation d'état d'un gaz parfait à partir de la relation (1).
- (b) Pour justifier la relation (1) entre p et u , on élabore le raisonnement simplifié ci-dessous:

“Supposons qu'une augmentation de la température entraîne le doublement de la vitesse de chaque molécule (et donc le doublement de u), la variation de la quantité de mouvement lors d'un choc sur la paroi serait deux fois plus grande et donc la force exercée par chaque molécule heurtant la paroi serait multipliée par deux. La pression du gaz serait donc également multipliée par deux.”

Après avoir montré que ce raisonnement n'est pas compatible avec la relation (1), expliquer qualitativement quelle erreur il contient.

7. Entropie du gaz parfait

Nous supposons qu'au cours d'une transformation infinitésimale réversible, un volume de gaz parfait reçoive la quantité de chaleur élémentaire δQ .

- (a) Donnez les expressions possibles de δQ en fonction des variables (T, V) et (T, P) où T est la température, V le volume et P la pression.
- (b) Donnez les expressions de l'entropie S d'un gaz parfait en fonction des variables (T, V) puis (T, P) .

1.5 Détente de Joule Gay Lussac

1. Définir ce qu'on entend par détente de Joule Gay-Lussac. Comment caractériseriez-vous une telle transformation: est-elle réversible, quasi-statique ou autre ?
2. Quelle(s) est(sont) la(les) grandeur(s) conservée(s) au cours de la transformation ?
3. Comment se comporte un gaz parfait lors de la détente de Joule Gay-Lussac ?
4. Nous faisons subir à un gaz quelconque une détente de Joule et Gay-Lussac. Dans l'état initial (état 1), le gaz occupe le volume V_1 avec la température T_1 et la pression P_1 . Dans l'état final (état 2), le gaz occupe le volume $V_2 = 2V_1$.
 - (a) Pour un gaz parfait (avec C_V constant), déterminez les expressions de U_1 , H_1 puis T_2 , P_2 , U_2 , H_2 ainsi que $\Delta S = S_2 - S_1$.
 - (b) Le gaz n'est pas parfait. Précisez d'une manière générale les évolutions de $\Delta U = U_2 - U_1$ et $\Delta S = S_2 - S_1$.

(c) On considère un gaz monoatomique ayant pour équation d'état, l'équation d'état de Van der Waals:

$$\left(P + \frac{n_m^2 a}{V^2}\right) (V - n_m b) = n_m RT \quad , \quad (2)$$

et dont l'énergie interne s'écrit

$$U = n_m C_{vm} T - \frac{n_m^2 a}{V} + K \quad , \quad (3)$$

où n_m représente le nombre de moles, $C_{vm} = 12,47 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ et K est une constante.

- i. Donnez les dimensions des paramètres a et b dans l'équation (2) et justifiez (sans calcul) leur origine.
- ii. Montrer que la mesure de la variation de température $\Delta T = T_2 - T_1$ permet de déterminer la valeur du coefficient a . Calculer a pour $n_m = 1 \text{ mol}$, $\Delta T = -5,4 \text{ K}$ et $V_1 = 1 \text{ L}$.
- iii. On considère une transformation réversible de ce gaz ne faisant intervenir qu'une variation de pression. Exprimer le transfert thermique élémentaire δQ uniquement en fonction de n_m , C_{vm} ; R , b et des variables T et V .
- iv. En déduire l'expression de la variation d'entropie entre l'état initial et l'état final.

1.6 Détente de Joule-Thomson

1. Définir ce qu'on entend par détente de Joule-Thomson. La transformation est-elle réversible ? quasistatique ? Comment se comporte un gaz parfait lors de cette détente ? Précisez la loi de Joule-Thomson (ou seconde loi de Joule) pour un gaz parfait.
2. Connaissez vous un dispositif usuel dans lequel on utilise ce type de détente ?
3. Le système est caractérisé à l'état initial (état 1) par la pression P_1 et la température T_1 . Dans l'état final, le système est à la pression P_2 .
 - (a) Le gaz est parfait. Calculer U_1 , H_1 , T_2 , U_2 , H_2 ainsi que $\Delta S = S_2 - S_1$.
 - (b) Le gaz n'est pas parfait. Précisez les évolutions de $\Delta H = H_2 - H_1$ et $\Delta S = S_2 - S_1$.

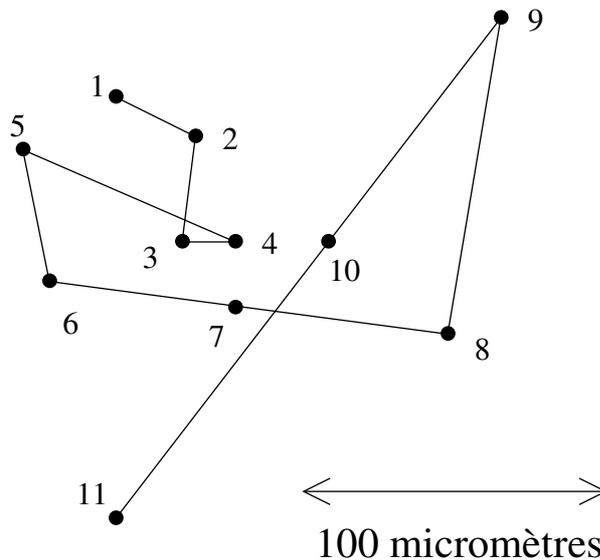
1.7 Phénomène de diffusion

1. Quelle expérience pourriez-vous faire devant des élèves pour illustrer le phénomène de diffusion des particules ? Connaissez vous un autre type de mécanisme de transport de particules ?
2. On considère l'équation de diffusion de particules ($n(x, t)$ est la densité particulaire) :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \quad (4)$$

Que représentent n et D dans cette équation ? Donnez les dimensions de ces deux grandeurs.

3. Expliquer très brièvement, en vous limitant à l'essentiel, comment la constante D est reliée au mouvement d'une particule individuelle.
4. Par simple analyse dimensionnelle donnez l'ordre de grandeur de la distance sur laquelle s'est "étalé" un ensemble de particules dont la loi de transport est donnée par l'équation (4) au bout d'un temps t .
5. A l'aide d'un microscope, on suit la trajectoire d'une petite particule de poussière "suspendue" dans un liquide qui est à l'équilibre thermodynamique. La figure ci-dessous montre les positions successives de la particule (projetées sur un plan) observées à des intervalles de temps de 1 s



Donner (en le justifiant) une estimation du coefficient de diffusion D de la particule.

6. On considère un gaz parfait constitué de N particules distribuées dans un tube de section σ avec la densité $n(x, t)$. A l'instant initial, **la densité n'est pas uniforme mais est à l'équilibre thermique**. La masse des particules est m et le tube est supposé de longueur infinie.
- Quel est le nombre (M) de particules dans une tranche Δx du tube située à l'abscisse x ? La tranche sera supposée suffisamment étroite pour que la densité puisse être considérée comme uniforme à l'échelle de Δx .
 - On donne la relation permettant d'exprimer l'entropie d'un système de M particules à l'équilibre thermodynamique à la température T dans un volume V :

$$S = Mk_B \left\{ \frac{5}{2} + \log \left(\frac{V}{M} \left(\frac{2\pi mk_B T}{\hbar^2} \right)^2 \right) \right\} .$$

En considérant formellement que dans chaque tranche de largeur Δx , la densité de particule est uniforme, montrer par passage à la limite $\Delta x \rightarrow 0$, que l'entropie du système hors-équilibre considéré s'écrit

$$S(t) = Nk_B \left\{ \frac{5}{2} + \log \left(\frac{2\pi mk_B T}{\hbar^2} \right)^2 \right\} - \sigma k_B \int_{-\infty}^{\infty} dx n(x, t) \log(n(x, t)) .$$

- En déduire $\frac{dS}{dt}$ en fonction de n et de $\frac{\partial n}{\partial x}$. Quel lien peut-on faire avec le second principe ?
- A l'instant initial la densité est donnée par la loi

$$n(x, t = 0) = \mathcal{N} \exp \left(-\frac{x^2}{2a^2} \right)$$

- Quelles sont les dimensions de \mathcal{N} et a dans cette relation ? Que représentent ces deux constantes ?
- Tracer qualitativement l'allure de la densité à $t = 0$. Sans faire de calculs, précisez le temps caractéristique τ au bout duquel la forme de la distribution a notablement été modifiée. Tracer sur la même figure l'allure de la distribution $n(x, t)$ à un temps supérieur à τ .

1.8 Machine Thermiques

1.8.1 Cycle de Carnot

- Est-il possible d'avoir une machine thermique fonctionnant à l'aide d'une seule source de chaleur ? justifier.
- On considère une mole de fluide quelconque suivant un cycle de Carnot
 - Rappeler les différentes transformations intervenant dans le cycle.

- (b) Représenter le cycle de Carnot dans le diagramme entropique (T, S)
- (c) Dans quel régime le système est-il en fonctionnement moteur ou récepteur ? On justifiera les réponses.
- (d) Calculer le rendement d'un moteur dont le fonctionnement peut-être modélisé par un cycle de Carnot.
- (e) Quelle information fournit le second principe à propos du rendement d'un moteur ditherme ?

1.8.2 Etude d'un modèle pour le moteur à essence

Dans un moteur à explosion, les n_m moles du mélange comburant-carburant (fluide supposé parfait de capacités calorifiques molaire C_V et C_P) décrivent le cycle de Beau de Rochas, appelé aussi cycle d'Otto, composé des transformations suivantes:

- Compression adiabatique de l'état (P_1, v_1, T_1) à l'état (P_2, v_2, T_2) .
- Echauffement isochore de l'état (P_2, T_2) à l'état (P_3, T_3) .
- Détente adiabatique de l'état (P_3, T_3) à l'état (P_4, T_4) .
- Refroidissement isochore jusqu'à l'état initial.

Dans la suite, on suppose que les transformations adiabatiques dans le cycle d'Otto sont réversibles

1. Le cycle d'Otto est une simplification de la réalité. Donner l'allure du véritable cycle en indiquant clairement la correspondance avec les processus physiques du moteur à 4 temps.
2. Le moteur à explosion est-il une machine ditherme ?
3. On modélise désormais l'apport de chaleur durant l'explosion par un transfert thermique venant d'un thermostat à la température T_3 . En supposant que le cycle est parcouru de manière quasistatique donner les principales causes d'irréversibilité.
4. Représenter le cycle d'Otto dans le diagramme de Clapeyron ($P, v = V/n_m$) puis dans le diagramme entropique.
5. On suppose que les capacités thermiques sont constantes tout au long du cycle. Exprimer le rendement théorique du cycle d'Otto
 - (a) En fonction des températures T_1, T_2, T_3 et T_4
 - (b) En fonction du taux de compression $x = \frac{v_1}{v_2}$ et du rapport $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$.
6. En raisonnant sur le diagramme entropique, trouver deux conditions sur les températures T_1, T_2, T_3 et T_4 pour que le cycle d'Otto coïncide avec celui d'un moteur de Carnot. En déduire la valeur du taux de compression en fonction de T_1 et T_3 , ainsi que ce cycle dans le diagramme de entropique. Conclusion (critique !) sur l'intérêt d'un tel moteur.

2 ONDES

2.1 Figures d'interférences

2.1.1 Dispositif des fentes d'Young

1. Décrire le dispositif des fentes d'Young en optique (schéma de principe). Expliquer brièvement comment vous le réalisez expérimentalement. On notera D la distance entre les fentes et l'écran (suivant l'axe Oz), a la distance entre les deux fentes et d la distance entre la fente source et les fentes d'Young.
2. Les fentes d'Young placées de part et d'autre de l'axe ($0z$), sont alignées suivant l'axe (Ox). Comment choisit-on l'orientation de la fente source ?
3. Soient (X, Y) les coordonnées sur l'écran. Calculer la loi pour l'intensité lumineuse $I(X, Y)$. Qu'observe-t-on sur l'écran ?
4. On utilise une lampe spectrale au Sodium ($\lambda = 589$ nm). Calculer l'interfrange lorsque $a = 1$ mm et $D = 1$ m.

2.1.2 Cohérence spatiale

Dans cette partie, on regarde l'influence de la largeur de la fente source s sur la figure d'interférences.

1. On considère tout d'abord une fente source dont on néglige la largeur mais translatée suivant l'axe $0y$ de la distance y par rapport à l'axe (Oz). Calculer la loi $I_y(X, Y)$. Comment cela se traduit-il sur la figure d'interférence ?
2. La fente source est remplacée par deux fentes fines distantes de s situées de part et d'autre de l'axe ($0z$). Pour quelle raison peut-on dire que l'intensité observée sur l'écran est

$$I'(X, Y) = I_{-s/2}(X, Y) + I_{s/2}(X, Y) \quad ?$$

3. Montrer que pour une fente source de largeur s , l'intensité observée est:

$$I''(X, Y) = K \int_{-s/2}^{s/2} I_y(X, Y) dy \quad .$$

(K est une constante que l'on ne cherchera pas à calculer).

4. Donner l'expression de $I''(X, Y)$ et montrez que le contraste γ

$$\gamma = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad ,$$

où I_{max} et I_{min} sont les intensités maximum et minimum observées sur l'écran, est donné par :

$$\gamma = \left| \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi a s}{\lambda d} \right) \right| \quad .$$

5. Expliquez ce que l'on observe sur la figure d'interférences au fur et à mesure que l'on augmente la largeur s .
6. Que veut dire "une fente source de largeur négligeable" ?
7. Comment utilise-t-on la cohérence spatiale pour mesurer le diamètre apparent d'une étoile double ?

2.1.3 Cohérence temporelle

1. Expliquez brièvement ce qu'on entend lorsque l'on dit qu'une source est plus cohérente temporellement qu'une autre ?
2. Comment pouvez vous illustrer cette notion devant des élèves dans un montage n'utilisant pas d'interféromètre de Michelson ou de Fabry Pérot ?

2.2 Vitesse de phase et vitesse de groupe

Dans cette partie nous allons illustrer les notions de vitesse de phase et de vitesse de groupe dans le cas des vagues à la surface de l'eau d'un bassin de profondeur h .

2.2.1 Relation de dispersion

La position d'un point à la surface de l'eau est repérée par les coordonnées sur le plan horizontal (x, y) et par la hauteur $h(x, y, t)$ mesurée par rapport à la surface au repos. On considère une excitation de la surface de l'eau décrite au cours du temps par la relation

$$h(x, y, t) = h_0 \cos(\omega t - kx) \quad . \quad (5)$$

1. Caractériser l'onde (amplitude, stationnaire ou progressive, fréquence, longueur d'onde, éventuellement direction de propagation) donnée par la relation (5).
2. La relation de dispersion générale pour des vagues de faible amplitude est

$$\omega^2 = \left(gk + \frac{\sigma}{\rho} k^3\right) \tanh(kh) \quad ,$$

où σ est la tension superficielle pour l'interface air-eau, c'est à dire l'énergie nécessaire pour former une interface de 1m^2 et ρ est la masse volumique du fluide.

- (a) Donner un autre exemple que celui-ci dans lequel la tension superficielle intervient.
- (b) A partir des quantités σ , ρ et g , formez par simple analyse dimensionnelle, une longueur notée l_c . Calculer l_c (longueur capillaire).
 $\sigma = 0.072 \text{ Jm}^{-2}$, $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$.
- (c) Dans quel régime de longueur d'onde le terme de tension superficielle est-il dominant ? Interprétation.

On suppose dans la suite que $h \gg l_c$.

2.2.2 Régime des très grandes longueurs d'onde

1. Quelle relation de dispersion approchée peut-on écrire lorsque $kh \ll 1$?
2. Que peut-on en déduire sur la façon dont va se propager une impulsion dont l'extension spatiale est plus grande que h ?

2.2.3 Ondes gravitationnelles (houle) – Ondes capillaires

Dans cette partie, on suppose que $kh \gg 1$

1. Donner une expression approchée de ω^2 dans le régime étudié.
2. Donner les expressions de la vitesse de phase $v_\phi = \frac{\omega}{k}$ et de la vitesse de groupe $v_G = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ pour des vagues de pulsation ω . Que représentent ces deux grandeurs ?
3. Pour quelle valeur de k a-t-on $v_G = v_\phi$?
4. Quelle relation y a-t-il entre v_G et v_ϕ pour la houle ($\lambda \gg l_c$) ? Même chose pour des rides d'extensions millimétriques ou sub millimétriques à la surface de l'eau (ondes capillaires).
5. Représenter les fonctions ω , v_G et $\frac{v_\phi}{v_G}$ en fonction de k .
6. On considère une houle régulière (espace entre les vagues de l'ordre de 10 m) à la surface de laquelle des petites rides millimétriques créées par la brise se développent. Les crêtes des petites rides vont-elles plus vite que les crêtes de la houle ? (on justifiera quelle vitesse on considère entre v_ϕ ou v_G).
7. On observe sur un rivage, par un temps bien établi, qu'environ 10 vagues se brisent toutes les minutes. Quelle est la longueur d'onde de la houle au large ?
8. Décrire qualitativement l'évolution d'un paquet d'onde se propageant à peu près rectilignement, caractérisé par des vagues espacées de 10 m les unes des autres, l'extension du paquet d'onde étant de l'ordre de 100 m suivant la direction de propagation.