

D. Stauffer H.E. Stanley A. Lesne

De Newton à Mandelbrot : Physique fondamentale à l'usage des étudiants

July 19, 1999

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo
Hong Kong Barcelona
Budapest

Avant-propos

Ce livre a déjà une longue histoire, puisque la version initiale allemande, centrée autour des quatre piliers de la physique que sont la mécanique classique, l'électrodynamique, la mécanique quantique et la mécanique statistique (chapitres 2 à 5) a été publiée en 1989. Il effectua ensuite un voyage outre-Atlantique, pour s'enrichir des beautés des fractales (chapitre 7). La version française a gagné, outre un auteur supplémentaire, de nouveaux chapitres et appendices, certains suivant de près les dernières avancées de la physique théorique etachevant d'en donner un panorama le plus complet possible.

Ce livre s'adresse à tout lecteur, pas nécessairement physicien ni théoricien, souhaitant trouver dans un seul volume de taille raisonnable un aperçu substantiel des principaux domaines de la physique moderne et comprendre la façon dont ils s'ordonnent et s'articulent les uns aux autres. Il est plus particulièrement conçu comme un compagnon de route pour les étudiants et, nous l'espérons, comme un support pédagogique. Il devrait être un guide apprécié des agrégatifs et des futurs enseignants. Nous nous sommes efforcés de toujours partir du niveau le plus élémentaire possible, en rappelant les notions de base, en particulier mathématiques, intervenant dans les raisonnements. Ce livre fournit un ensemble de points de repère jalonnant le cours de physique depuis la première année après le baccalauréat jusque bien au-delà : l'un de nos souhaits est qu'il n'y ait pas de borne supérieure. C'est pourquoi nous proposons de nombreuses ouvertures vers des chapitres plus avancés ou des problèmes ouverts et relevant encore du domaine de la recherche. Un autre de nos souhaits serait que la lecture de cet ouvrage oriente l'étudiant dans le choix de ses enseignements et pousse le lecteur à approfondir les notions qu'il a ici découvertes, en se reportant à des ouvrages spécialisés (par exemple ceux indiqués en bibliographie à la fin de chaque chapitre).

Chaque chapitre s'achève par une liste de « Questions » permettant au lecteur de tester s'il a bien assimilé les connaissances exposées dans le chapitre. Des « Problèmes » suivent, en nombre bien sûr insuffisant pour acquérir la maîtrise opératoire des notions et résultats du chapitre (un livre d'exercices de taille au moins équivalente à celui-ci serait nécessaire). Leur but est de présenter le type de problèmes que les résultats du chapitre permettent de résoudre et de motiver le lecteur à se reporter à n'importe quel bon

livre d'exercices ... et à faire ceux proposés par ses enseignants. Un corrigé succinct des questions est proposé à la fin de l'ouvrage.

Ce livre comprend des programmes permettant de s'initier à l'utilisation des outils numériques et de percevoir leur immense intérêt en physique théorique, que ce soit pour obtenir une solution approchée d'équations impossibles à résoudre analytiquement, pour effectuer des calculs impliquant trop d'étapes et trop de variables pour être faits « à la main », ou pour simuler directement des systèmes physiques à l'échelle microscopique. Ces programmes sont écrits en BASIC. L'accent est ici mis sur l'algorithme, squelette logique du programme, bien plus que sur la programmation proprement dite. Nous conseillons vivement au lecteur de se reporter aux expériences numériques conçues par Anna Umansky et Serguey Buldyrev et accessibles sur le site Web suivant : <http://polymer.bu.edu>. Comme les programmes que nous proposons, elles lui permettront de se familiariser visuellement avec les idées présentées plus abstrairement dans le texte, de tester son intuition et d'améliorer aussi bien son raisonnement que son sens physique.

Enfin, le parti pris de n'aborder que les aspects théoriques ne doit pas être suivi par l'étudiant. Nous ne saurions trop l'encourager, si ce n'est pas déjà la première de ses priorités, à compléter sa formation par des travaux pratiques, des stages en laboratoires et en consultant des ouvrages et articles de physique expérimentale.

Nous remercions B. Jorgensen pour sa contribution aux premiers paragraphes du chapitre 6, ainsi que A. Armstrong, A. Coniglio, F.W. Eicke, F.W. Hehl, J. Hajdu, K.W. Kehr, J. Kertesz, A. Margolina, E.W. Mielke, J. Potvin, H. Rollnik, R. Selinger, P. Trunfio, D. Wingert, D.E. Wolf et tous les étudiants – en particulier L. Jaeger – qui nous ont aidé de leurs avis. Nous remercions G. Daccord pour nous avoir fourni les planches 7 et 8, F. Family pour les planches 1 et 15, A.D. Fowler pour la planche 3, R. Lenormand pour la planche 11, P. Meakin pour la planche 14 (reprise en couverture), J. Nittman pour la planche 13, U. Oxaal pour la planche 10, A. Skjeltorp pour les planches 4, 9 et 16, K.R. Sreenivasan pour la planche 5, R.H.R. Stanley pour la planche 2 et P. Trunfio pour les planches 6 et 12.

La version française a bénéficié des critiques constructives de J. Duran, B. Guillot, P. Sotta, J.M. Victor et de l'aide de P. Viot pour les figures délicates.

Nous serions heureux que les lecteurs nous communiquent leurs commentaires, leurs suggestions, leurs questions ainsi que les (in)évitables erreurs qu'ils pourraient relever dans le texte ou les formules (lesne@lptl.jussieu.fr).

Cologne
Boston
Paris, Juillet 1999

*Dietrich Staufer
H. Eugene Stanley
Annick Lesne*

Table des matières

1.	Introduction	1
1.1	Des théories unificatrices	3
1.2	Des notions et des méthodes communes	5
1.3	Quelques étapes historiques	7
2.	Mécanique classique	9
2.1	Mécanique du point	9
2.1.1	Notions de base de la mécanique et de la cinématique	9
2.1.2	Le principe fondamental de la dynamique de Newton	12
2.1.3	Quelques applications simples du principe de Newton	15
2.1.4	Oscillateur harmonique à une dimension	23
2.2	Mécanique d'un système de masses ponctuelles	29
2.2.1	Les dix lois de conservation	30
2.2.2	Le problème à deux corps	32
2.2.3	Forces de contraintes et principe de d'Alembert	33
2.3	Mécanique Lagrangienne	38
2.3.1	Le Lagrangien (ou fonction de Lagrange)	38
2.3.2	L'Hamiltonien (ou fonction de Hamilton)	40
2.3.3	Approximation harmonique pour les petites oscillations	42
2.4	Mécanique des objets solides	48
2.4.1	Cinématique et tenseur d'inertie	48
2.4.2	Équations du mouvement	53
2.5	Mécanique des milieux continus	59
2.5.1	Notions de base	59
2.5.2	Déformations, contraintes et loi de Hooke	65
2.5.3	Ondes dans un milieu continu isotrope	68
2.5.4	Hydrodynamique (mécanique des fluides)	69
2.6	Bibliographie	81
2.7	Questions	81
2.8	Problèmes	82

3. Electromagnétisme	85
3.1 Electromagnétisme dans le vide	85
3.1.1 Champs stationnaires	85
3.1.2 Equations de Maxwell et potentiel-vecteur	91
3.1.3 Densité d'énergie d'un champ électromagnétique	92
3.1.4 Ondes électromagnétiques	93
3.1.5 Transformation de Fourier	95
3.1.6 Equation d'onde avec second membre	96
3.1.7 Applications	98
3.2 Electromagnétisme dans la matière	102
3.2.1 Les équations de Maxwell dans la matière	102
3.2.2 Propriétés de la matière	104
3.2.3 Equation de propagation dans la matière	106
3.2.4 Electrostatique	107
3.3 Théorie de la relativité	111
3.3.1 La transformation de Lorentz	112
3.3.2 Electrocinétique relativiste	116
3.3.3 Energie, masse et impulsion	118
3.4 Bibliographie	120
3.5 Questions	120
3.6 Problèmes	121
4. Mécanique quantique	123
4.1 Concepts de base	123
4.1.1 Introduction	123
4.1.2 Fondements mathématiques	125
4.1.3 Les axiomes de base de la mécanique quantique	126
4.1.4 Quelques opérateurs usuels	129
4.1.5 Le Principe d'Incertitude de Heisenberg	130
4.2 L'équation de Schrödinger	132
4.2.1 L'équation fondamentale	132
4.2.2 Longueur de pénétration	133
4.2.3 Effet tunnel	135
4.2.4 L'approximation quasi-classique WKB	136
4.2.5 Etats libres et liés dans un puits de potentiel	137
4.2.6 Oscillateur harmonique	139
4.3 Moment cinétique et structure de l'atome	141
4.3.1 L'opérateur « moment cinétique » \mathbf{L}	142
4.3.2 Fonctions propres de L^2 et L_z	142
4.3.3 L'atome d'hydrogène	143
4.3.4 Structure atomique et classification périodique des éléments	147
4.3.5 Indiscernabilité	149
4.3.6 Interaction d'échange et liaison homopolaire	150
4.3.7 Travail et chaleur en mécanique quantique	153

4.4	Théorie perturbative et diffusion	154
4.4.1	Théorie perturbative stationnaire	154
4.4.2	Théorie perturbative dépendant du temps	156
4.4.3	Diffusion et (première) approximation de Born	158
4.5	Bibliographie	160
4.6	Questions	160
4.7	Problèmes	161
5.	Mécanique statistique	163
5.1	Distributions de probabilité et entropie	164
5.1.1	L'ensemble canonique	164
5.1.2	Entropie, énergie libre et quelques autres axiomes	169
5.1.3	Ensembles statistiques autres que l'ensemble canonique	174
5.2	Thermodynamique à l'équilibre	177
5.2.1	Grandeurs thermodynamiques et transformations	179
5.2.2	Le premier principe	182
5.2.3	Le second principe et les potentiels thermodynamiques	186
5.2.4	Relations thermodynamiques	189
5.2.5	Rendement d'un cycle de Carnot	191
5.2.6	Equilibre entre plusieurs phases, inégalité de Clausius et relation de Clapeyron	194
5.2.7	Loi d'action de masse pour les gaz	201
5.2.8	Lois d'Henry, de Raoult et de Van't Hoff	202
5.2.9	La détente de Joule-Thomson	205
5.3	Physique statistique	207
5.3.1	Distributions de Fermi et de Bose	207
5.3.2	Limite classique $\beta\mu \rightarrow -\infty$	210
5.3.3	Loi d'équipartition classique	212
5.3.4	Gaz de Fermi idéal aux basses températures $\beta\mu \rightarrow +\infty$	213
5.3.5	Gaz de Bose idéal aux basses températures $\beta\mu \rightarrow 0$	216
5.3.6	Vibrations et chaleur spécifique	219
5.3.7	Développement du viriel pour les gaz réels	220
5.3.8	Équation de Van der Waals	221
5.3.9	Propriétés magnétiques de spins localisés	223
5.3.10	Théorie d'échelle	230
5.4	Bibliographie	232
5.5	Questions	233
5.6	Problèmes	233
6.	Systèmes dynamiques et chaos	235
6.1	Cadre et notions de base	235
6.1.1	Espace de phase	235
6.1.2	Systèmes dynamiques en temps continu	236
6.1.3	Flots et portraits de phase	237
6.1.4	Qu'apporte la théorie des systèmes dynamiques ?	238

6.1.5	Exemples concrets	238
6.2	Points fixes et analyse linéaire de stabilité	241
6.2.1	Points fixes et matrices de stabilité	241
6.2.2	Le théorème de redressement du flot	242
6.2.3	Les différents types de points fixes	243
6.2.4	Construction du portrait de phase	245
6.2.5	Application : oscillateurs anharmoniques	247
6.2.6	Origine des bifurcations	251
6.3	Attracteurs, bifurcations et formes normales	251
6.3.1	Attracteurs	251
6.3.2	Systèmes conservatifs et systèmes dissipatifs	253
6.3.3	Les différents types de bifurcations	253
6.3.4	Formes normales et stabilité structurelle	254
6.4	Systèmes dynamiques discrets	255
6.4.1	Équations d'évolution en temps discret	255
6.4.2	Analyse linéaire de stabilité	256
6.4.3	Attracteurs et bifurcations	257
6.4.4	Discrétisation : les « sections de Poincaré »	257
6.5	Exposants de Lyapounov et chaos déterministe	258
6.5.1	Exposants de Lyapounov	258
6.5.2	Chaos déterministe	260
6.5.3	Théorie ergodique	261
6.6	Scénarios vers le chaos	262
6.6.1	Doublage de période et cascade sous-harmonique	263
6.6.2	L'intermittence	264
6.6.3	Le scénario de Ruelle et Takens	265
6.6.4	Systèmes Hamiltoniens et théorème KAM	266
6.7	Conclusion	268
6.8	Bibliographie	269
6.9	Problèmes	269
7.	Structures fractales en physique théorique	271
7.1	Fractales déterministes	272
7.2	Fractales aléatoires : exemple de la marche aléatoire	275
7.2.1	La marche aléatoire sans biais	276
7.2.2	Une unique longueur caractéristique	278
7.2.3	Équations fonctionnelles et lois d'échelle temporelles	280
7.2.4	Dimension fractale de la marche aléatoire non biaisée	281
7.2.5	Classes d'universalité et paramètres essentiels	281
7.2.6	Distributions de probabilité	284
7.2.7	Densités de probabilité et équations maîtresses	287
7.3	Lois d'échelle et équations fonctionnelles	288
7.4	Milieux aléatoires et percolation	291
7.4.1	Les modèles de percolation	291
7.4.2	Lois d'échelle pour les amas de percolation	294

7.4.3	Etude par renormalisation du seuil de percolation	296
7.5	Champ moyen et dimension critique	299
7.6	Croissance fractale.	305
7.7	Les fractales naturelles	308
7.8	Bibliographie	312
8.	Conclusion	313
8.1	Economie et finance	313
8.2	Biologie	315
8.2.1	Bio-polymères	315
8.2.2	ADN	316
8.2.3	Repliement des protéines	316
8.2.4	Aspects dynamiques	317
8.2.5	Et aussi	318
8.3	Perspectives et défis en physique théorique.	318
8.3.1	Les milieux désordonnés	319
8.3.2	La supraconductivité à haute T_c	320
8.3.3	les systèmes complexes loin de l'équilibre	320
8.3.4	Les transitions de phase	321
8.3.5	La turbulence développée	323
8.3.6	L'irréversibilité	323
8.4	Bibliographie	324
Appendices	325	
A.	Milieux granulaires	325
A.1	Enjeux et défis posés par la matière granulaire	325
A.2	Mécanismes élémentaires	327
A.2.1	Ordres de grandeur	327
A.2.2	Frottement solide	328
A.2.3	Stabilité d'une chaîne de grains	329
A.2.4	Modèles et universalité des résultats	329
A.3	Aspects statiques	330
A.3.1	De nombreux états métastables	330
A.3.2	Le rôle de la dimension	330
A.3.3	Contraintes à l'intérieur du matériau	331
A.3.4	Formation de voûtes	332
A.3.5	Réponse à un cisaillement	333
A.4	Ecoulements	333
A.4.1	Le modèle hydrodynamique et ses limites	333
A.4.2	Le tas de sable	334
A.4.3	Quelques propriétés dynamiques spécifiques	335
A.5	Conclusion	336
A.6	Problèmes	337

B. Particules élémentaires	339
B.1 Quelques idées (vraies ou fausses)	339
B.1.1 Particules	339
B.1.2 Forces	343
B.2 Théories quantiques de champs.....	346
B.2.1 Fluctuations quantiques et fluctuations thermiques ..	346
B.2.2 Simulations à $T = 0$	348
B.2.3 Simulations dans le domaine des TeraKelvin	349
B.3 Questions	351
Réponses aux questions	353
Les principales constantes physiques	357
Index	359