

Des formes mouvantes, des formes éternelles

par Hicham Berrada
et Annick Lesne

Dès l'aube de l'humanité sont apparus sculptures, bâtiments et autres artefacts, parfois difficiles à distinguer de ceux créés par le hasard du vent et de l'eau. Ces formes, voulues ou naturelles, partagent un sort commun : passé l'instant initial où une action extérieure les a façonnées, elles se dé-forment, se dégradent progressivement, jusqu'à rejoindre l'informe d'où elles ont été tirées.

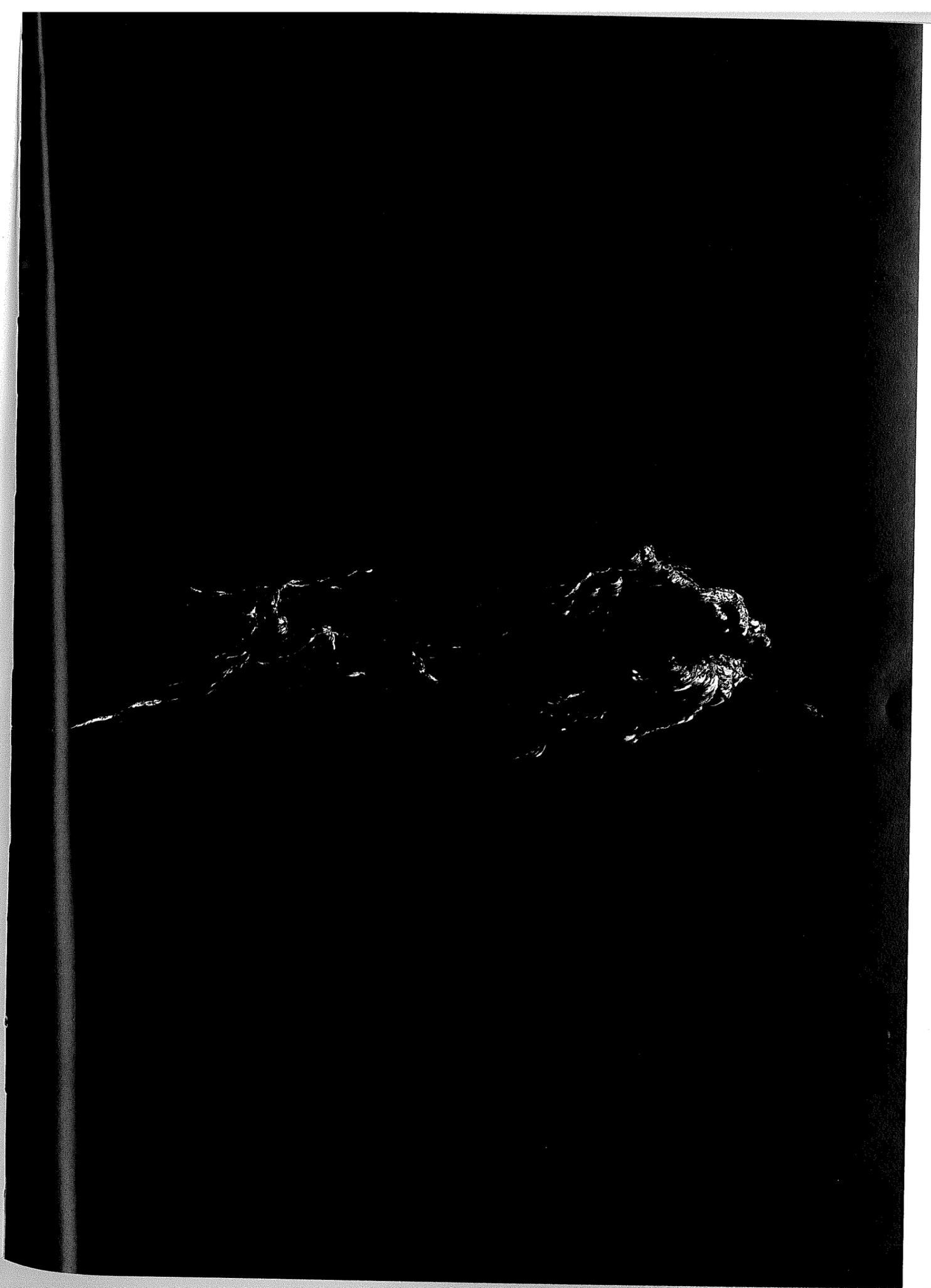
Mais il existe une autre catégorie de formes, que nous allons explorer ici : des formes durables, indéfiniment renouvelées, qui ne subissent pas l'érosion. Ici les formes émergent de leur propre dynamique interne. Ilya Prigogine (prix Nobel de chimie en 1977) les a appelées des *structures dissipatives*. Ces formes apparaissent sous l'effet d'un processus générateur intrinsèque, alimenté par des flux extérieurs de matière et d'énergie. On rejoint ici la notion d'*auto-organisation*, décrivant l'apparition spontanée d'ordre dans un système ouvert, alimenté en continu. Si les flux extérieurs cessent, les formes s'estompent. Mais si elles sont nourries, elles se renouvellent et résistent à la désorganisation. L'exemple historique est celui des structures qui apparaissent spontanément dans un mélange contrôlé de réactifs chimiques, initialement homogène. La preuve de principe mathématique de ce phénomène a été publiée par le mathématicien Alan Turing en 1952. Elle a été popularisée depuis comme une explication plausible des motifs observés sur les pelages de certains animaux, comme les zèbres ou les léopards.

Forms far from Equilibrium

by Hicham Berrada
and Annick Lesne

Since the dawn of humanity, sculptures, buildings and other artifacts have appeared, sometimes difficult to distinguish from those created by wind and water. These designed or natural forms share a common fate: after the initial moment when an external action has shaped them, they gradually deteriorate and go back to the shapeless state from which they were extracted.

There exists another category of forms that we will explore here: forms that last, and are endlessly renewed, ignoring erosion. In this case, the forms emerge from the action of their own internal dynamics. Ilya Prigogine (Nobel Prize for Chemistry in 1977) called them *dissipative structures*. These forms appeared under the effect of an intrinsic generative process, fed by external fluxes of matter and energy. We meet here the notion of *self-organization*, capturing the spontaneous appearance of order in an open and continuously supplied system. If the external fluxes stop, the forms fade and ultimately vanish. But if they are supplied with matter and energy, they are able to renew themselves and resist disorder. An historical example is provided by the structures that appear spontaneously in a controlled and initially homogeneous mixture of chemical reagents. A mathematical proof of the principle of this phenomenon was published in 1952 by the mathematician Alan Turing. It has since been popularized as a plausible explanation for the patterns observed on the coats of some animals, like zebras and leopards.



Le contraste entre les formes dynamiques et les formes inertes est tangible tout autour de nous : le relief d'une côte, qui se renouvelle au gré des courants marins, opposé au relief d'une vieille montagne, qui ne connaît plus qu'une lente érosion irréversible ; les vagues de l'océan, opposées aux rides qui s'estompent à la surface de l'eau après qu'on ait jeté un caillou ; les méandres d'une rivière, opposés aux rives d'un canal ; la dune mouvante qui se perpétue, sculptée, mais aussi nourrie par le vent chargé de sable, alors que le palais redeviendra inéluctablement un tas de pierres sans ordre ni structure.

Une formulation séduisante est de dire que les formes entretenues par leur propre dynamique échappent à l'entropie. Mais qu'est-ce que l'entropie ? C'est un concept à la fois très simple et très délicat : très simple dans son objectif, qui est de fournir une mesure du désordre dans un système, et donc en contraposition une mesure du degré d'organisation ; très délicat dans sa définition opératoire. Il y a d'ailleurs de nombreuses variantes de ce concept d'entropie. La définition la plus courante, introduite par le physicien Ludwig Boltzmann en 1877, est à une constante près (la fameuse constante de Boltzmann) le logarithme du nombre d'états possibles. (Pourquoi le logarithme ? Simplement pour que l'entropie de deux systèmes identiques disjoints soit le double de celle d'un seul système.) Cette définition ne s'applique pas strictement ici (elle ne concerne que les systèmes isolés), mais elle donne une idée directrice pour parler d'ordre et de désordre.

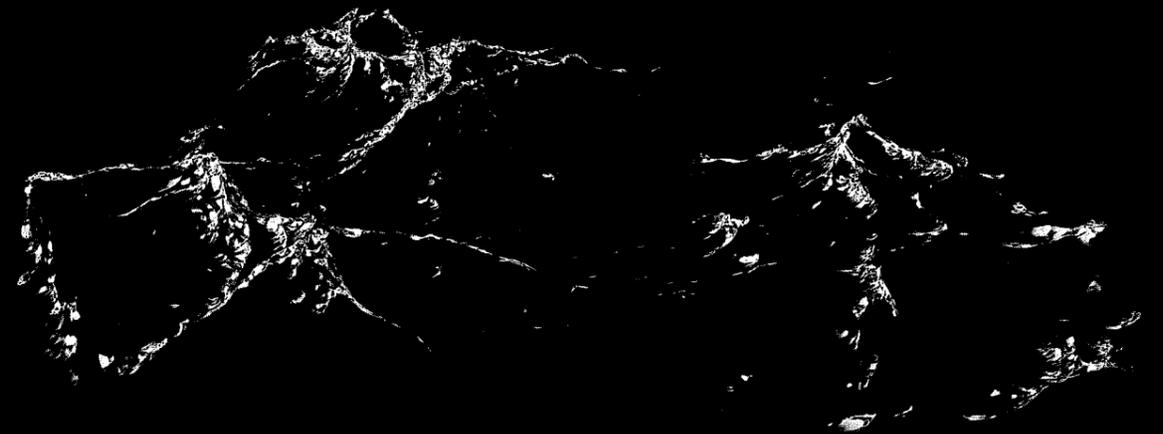
The contrast between dynamic and inert forms can be observed all around us: the relief of a coast, renewed by sea currents, as opposed to the relief of an old mountain, whose fate is only ruled by a slow and irreversible erosion ; ocean waves, as opposed to the ripples that fade away on the water surface after dropping a pebble ; the meanders of a river, as opposed to the banks of a canal ; a moving sand dune which endures, carved but also fed by the sand-laden wind ; whereas a castle is bound to turn back into a pile of stones with no order or structure.

An attractive formulation would be that forms sustained by their own internal dynamics escape the curse of entropy. But what is *entropy*? It is at the same time a simple and delicate concept: simple in its aim, that is to provide a measure of disorder in a system and, in contraposition, a measure of its organization; delicate in its operational definition. There are besides several variants of the concept of entropy. The most current definition, proposed by the physicist Ludwig Boltzmann in 1877, is up to a constant (the celebrated Boltzmann constant) the logarithm of the number of accessible states. (Why the logarithm? simply because the entropy of two identical disjoint systems should be twice the entropy of a single system.) Strictly this definition does not apply here (it is only pertinent to closed isolated systems), but it gives a guideline for thinking about order and disorder.



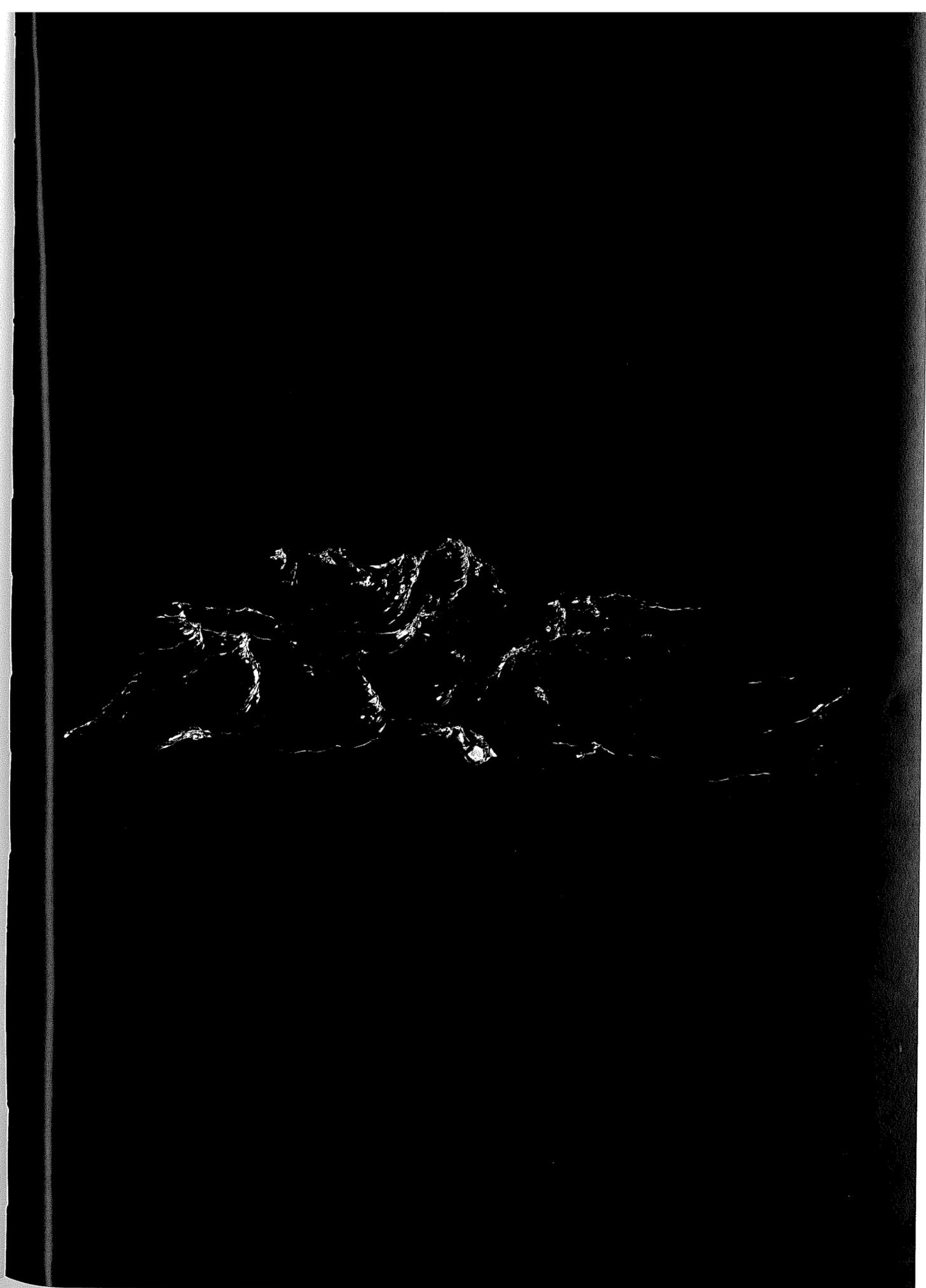
Un château nous semble de toute évidence plus ordonné qu'un champ de pierres. Mais qu'en est-il d'un jardin japonais? Pour son jardinier, il présente un ordre unique, bien loin du désordre d'un simple champ de pierres. Cet exemple nous donne une clé: nous pensons en fait en termes de classes d'objets. Nous opposons ci-dessus un unique assemblage de pierres, château ou jardin, à une multitude de réalisations possibles d'un champ de pierres. Une classe ayant beaucoup d'éléments, autrement dit une grande entropie, sera considérée comme désordonnée, alors qu'une classe ayant peu d'éléments, voire un seul, sera associée à la notion d'ordre. De la même façon, une date comme le 11/11/11 nous semble remarquable, alors que toute autre date est aussi exceptionnelle, ne se produisant qu'une fois par siècle; cette illusion vient du fait qu'on compare implicitement les dates dont les trois éléments sont identiques, très rares, par rapport à la classe infiniment plus vaste de toutes les autres dates.

A castle obviously seems more ordered than a field of stones. What about a Japanese garden? For its gardener, it displays a unique order, far away the disorder of an unmade field of stones. This example provides a clue. In fact, we are reasoning in terms of classes: we are opposing a unique assembly of stones (the castle or the Japanese garden) and the many manifestations of a formless field of stones. A class with many elements, endowed with a large entropy, will be seen as disordered, whereas a class with a few or even a single element will be associated with order. Similarly, a date like 11/11/11 seems remarkable, despite any other date being equally as unique, occurring only once a century. The illusion originates from the fact that we are implicitly comparing dates whose three components are identical, with the far vaster class comprising all the other dates.



Il existe d'autres critères d'ordre, par exemple les régularités, souvent formulées en termes de *symétries*. Mathématiquement, la présence d'une symétrie dans une forme correspond à l'invariance de cette forme sous l'action d'une certaine transformation géométrique. Par exemple, une forme isotrope apparaît identique à elle-même si on la fait tourner sur elle-même. Une forme de symétrie 5, comme une étoile de mer, apparaît identique à elle-même si on la fait tourner sur elle-même d'un angle $2\pi/5$ radians (soit 72 degrés). Une forme est en fait davantage caractérisée par ses *brisures de symétrie*: un état invariant par toute transformation, autrement dit parfaitement symétrique, est un état homogène et isotrope, sans forme. L'étoile de mer nous semble plus remarquable qu'un disque, parce que seules certaines rotations la gardent identique à elle-même. Une transformation géométrique (rotation, translation, miroir, dilatation) va définir un ensemble de formes qui restent inchangées sous l'action de cette transformation. Plus la transformation est compliquée et contrainte, plus cet ensemble sera restreint, et plus la forme nous apparaîtra complexe. Les symétries d'une vague, pourtant intuitives dans les répétitions inlassables d'un déferlement régulier, défient la description. On retrouve l'idée qu'une forme associée à une classe ayant un petit nombre de représentants nous semblera plus ordonnée, plus structurée qu'une forme d'une classe ayant un grand nombre de représentants: le château est plus ordonné que le tas de pierres.

There exist other signatures of order, for instance regularities, often expressed in terms of *symmetries*. Mathematically, the presence of a symmetry in a shape reflects the invariance of this shape under the action of some geometrical transformation. For instance, an isotropic shape is identical to itself after a rotation. A shape of symmetry 5, like a starfish, is identical to itself after a rotation by an angle of $2\pi/5$ radians (i.e. 72 degrees). Actually a shape is better characterized by its *symmetry breakings*: a state which is invariant under the action of any transformation, i.e. fully and perfectly symmetrical, is simply a shapeless, homogeneous and isotropic state. A starfish seems more remarkable than a disk because only some rotations leave its shape unchanged. A geometrical transformation (rotation, translation, mirror symmetry, dilation) defines a set of shapes which are invariant under the action of this transformation. The more constrained and complicated the transformation is, the smaller the set of shapes, and the more complex these shapes seem to be. The symmetries of a wave, although intuitive in the endless repetition of its ordered breaking, defy description. We now get back to the idea that a shape associated with a class containing only a few representatives seems more ordered, more structured than a form belonging to a class with a large number of representatives: a castle is more ordered than a stone pile.

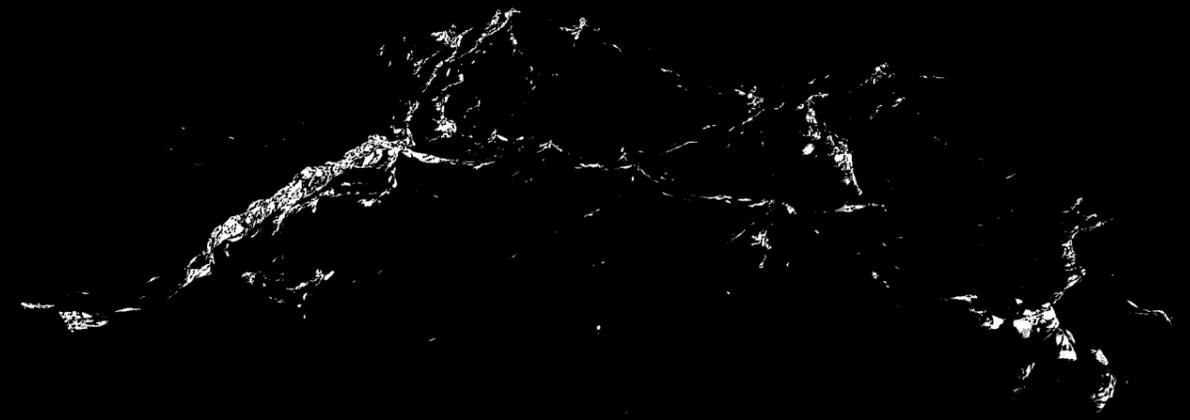


Le défi de recréer des formes naturelles, qui fascine depuis toujours, concerne maintenant les formes auto-entretenuës que nous venons d'évoquer. Nous l'avons relevé avec une question simple : comment montrer la mer à quelqu'un qui ne peut même pas l'imaginer ? Il nous fallait transmettre des dunes, terrestres ou sous-marines, des vagues, de l'écume, des nuages.

Une première voie est la réalisation de modèles réduits, par exemple pour reproduire un champ de dunes en laboratoire. Une dune est une forme très particulière. En fait, elle diffère de façon essentielle d'un simple tas de sable, qui n'est qu'un assemblage de grains exerçant des forces les uns sur les autres, mais subissant toutes les influences extérieures. Une dune est un tas suffisamment grand pour être capable de modifier l'écoulement de l'air à sa proximité, d'une façon qui modifie en retour l'action de cet écoulement sur la forme de la dune. Ces influences réciproques se bouclent pour produire une forme auto-organisée, en perpétuel réajustement tant que le vent souffle. Une autre particularité de la dynamique des dunes est qu'on peut les observer à une échelle différente en changeant le fluide qui participe à la formation. En remplaçant l'air par de l'eau, beaucoup plus visqueuse, on peut faire rentrer le désert dans une bouteille, ou presque. Des dunes de formes identiques à celles observées au Sahara, mais de dimensions réduites peuvent ainsi être observées dans un aquarium de deux mètres de côté, où un ingénieux système mécanique inventé par le physicien Stéphane Douady crée un courant d'eau, qui joue le rôle du vent dans ce modèle réduit. C'est ce système qui a été utilisé par Hicham Berrada, avec l'aide de Sylvain Courrech du Pont pour produire l'œuvre présentée dans l'exposition «Le Rêve des formes». Les visiteurs pourront également y voir l'exemplaire original de cette machine à faire des dunes.

The challenge of re-creating natural forms has long been fascinating, and it now concerns the self-maintaining forms we have just mentioned. We took it up by asking a simple question: how to show the sea to someone who cannot even dream of it? It would mean evoking dunes, waves, foam and clouds above the deep water.

A first way lies in the design of scale models, for instance reproducing a field of dunes in a laboratory. A sand dune is a very peculiar shape. Actually, it is essentially different from a sand-pile, which is a mere assembly of grains exerting forces on one another, while simply experiencing external influences. A dune is a pile which is large enough to modify the wind flow in its close surroundings, in a way which in turn modifies the effect of this flow on the shape of the dune. These reciprocal actions form a closed loop and produce a self-organized form, persisting as long as the wind blows. Another peculiarity of sand-dune dynamics is the fact that they can be observed at different scales by changing the involved fluid. By replacing air by water, which is far more viscous, it becomes (almost) possible to embed the Sahara desert in a bottle. Dunes of identical shapes as those seen in the Sahara, but of reduced dimensions, can be observed in a two-meter long aquarium, in which an ingenious mechanical system invented by the physicist Stéphane Douady generates a water flow, playing the role of the wind in this scale model. This is the system used by Hicham Berrada, with the help of Sylvain Courrech du Pont, to produce the work presented in the exhibition "Le Rêve des formes" [The Dream of Forms]. The visitors will also be able to see there the original specimen of this dune-making machine.



Les vagues et l'écume peuvent être capturées dans une simulation numérique, qui utilise la puissance de calcul des ordinateurs et la connaissance des équations de l'hydrodynamique, les équations de Navier-Stokes. Il s'agit d'un ensemble d'équations aux dérivées partielles couplées, à compléter par des conditions aux bords du système, qui décrit les mouvements d'un fluide.

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}$$

Il est ainsi possible de mettre en équations l'océan, mais on ne sait pas écrire la solution générale de ces équations. À quelques exceptions près, il n'est possible que de traiter numériquement chaque cas particulier : les ordinateurs sont nécessaires pour visualiser le mouvement de l'océan et, alimentés par les équations ci-dessus, ils y parviennent aujourd'hui magnifiquement.

Les nuages pourront naître d'une analogie, en utilisant des matières et des processus différents des nuages réels. Par exemple, du nitrate d'argent dans une solution basique produit des volutes, des brouillards et des moutonnements qui ne doivent rien à la vapeur d'eau et ne font qu'imiter les vrais nuages. Mais leurs mouvements et leur évolution obéissent à la même dynamique.

Ces trois voies se rejoignent ici pour montrer l'éternité des formes en mouvement, animées par des flux extérieurs, et capables de se perpétuer. Elles révèlent que chaque détail contient une immensité, qu'on peut déployer avec émerveillement.

Waves and foam can be captured by a numerical simulation, using the power of computers and the knowledge of hydrodynamical equations, the so-called *Navier-Stokes equations*. This is a set of coupled partial differential equations, to be supplemented with boundary conditions, which describes the fluid motion:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}$$

It is possible to capture the ocean by equations, but we do not now know the general solution of the above equations. Apart from a few exceptions, only a numerical treatment is possible. Computers are mandatory for visualizing oceanic motions and today, fed by the above equations, they achieve this task magnificently.

Clouds can be born from an analogy, by using materials and principles differing from those involved in the real clouds. For instance, silver nitrate in a basic solution produces mist and foam and curls which have nothing to do with steam, and only mimic real clouds, while their motion and evolution follow the same dynamics.

These three paths here join to demonstrate the eternity of moving forms, animated by external fluxes and capable of persistence. They reveal that each detail contains an immensity that can be unfolded in wonder.



Pour accéder à la vidéo de Hicham Berrada,
scanner le QR code.

*Scan the QR code in order to access
Hicham Berrada's video.*

