

### Eléments de correction du TD N°5

#### 1) Transmittance

Pôles de la transmittance :  $p_1 = -\xi\omega_0 + \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}$  et  $p_2 = -\xi\omega_0 - \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1}$ .

#### 2) Réponse fréquentielle

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j2\xi\omega/\omega_0 - \omega^2/\omega_0^2}$$

$|H(\omega)|$  est maximum pour  $\omega = \omega_R$  telle que  $\omega_R = \omega_0\sqrt{1 - 2\xi^2}$ .

#### 3) Réponse impulsionnelle

$$h(t) = \frac{p_1 p_2}{p_1 - p_2} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}) \Gamma(t)$$

- Pour  $\xi > 1$  :  $h(t) = \frac{1}{\tau_1 - \tau_2} (e^{-t/\tau_1} - e^{-t/\tau_2}) \Gamma(t)$  avec  $\tau_i = -\frac{1}{p_i}$
- Pour  $\xi = 1$  :  $h(t) = \frac{t}{\tau^2} e^{-t/\tau} \Gamma(t)$  avec  $\tau = -\frac{1}{p_1} = -\frac{1}{p_2}$
- Pour  $\xi < 1$  :  $h(t) = \frac{\omega_0^2}{\omega_p} e^{-t/\tau} \sin(\omega_p t) \Gamma(t)$  avec  $\omega_p = \omega_0\sqrt{1 - \xi^2}$

#### 4) Réponse indicielle

$$I(t) = \left( \frac{p_2}{(p_1 - p_2)} e^{p_1 t} - \frac{p_1}{(p_1 - p_2)} e^{p_2 t} + 1 \right) \Gamma(t)$$

- Pour  $\xi > 1$  :  $I(t) = \left( \frac{-\tau_1}{(\tau_1 - \tau_2)} e^{-t/\tau_1} + \frac{\tau_2}{(\tau_1 - \tau_2)} e^{-t/\tau_2} + 1 \right) \Gamma(t)$
- Pour  $\xi = 1$  :  $I(t) = \left( 1 - \left( 1 + \frac{t}{\tau} \right) e^{-t/\tau} \right) \Gamma(t)$
- Pour  $\xi < 1$  :  $I(t) = \left\{ 1 + \left[ \frac{1}{\tau\omega_p} \sin(\omega_p t) - \cos(\omega_p t) \right] e^{-t/\tau} \right\} \Gamma(t)$ .