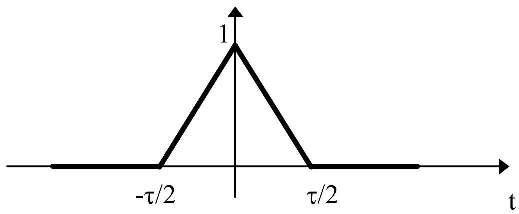
Mesures Physiques

Travaux dirigés n°4. Analyse spectrale d'un signal échantillonné.

I. Spectre du signal continu

Soit le signal triangulaire à temps continu x(t) défini par le graphe suivant :



1. Calculez sa transformée de Fourier et représentez son spectre.
2. Déterminez l'expression des zéros : ω_k.

II. Spectre du signal échantillonné

Soit $\{x_n\}$ le signal discret issu de l'échantillonnage du signal x(t) avec un pas d'échantillonnage Δt. L'échantillonnage est tel que la largeur du spectre $\omega_L = \omega_1$, où ω_1 désigne le premier zéro du spectre.

1. Que vaut dans ce cas le pas d'échantillonnage Δt ?
2. Représentez le signal échantillonné et son spectre.
3. Que devient ce spectre pour $\Delta t = \tau/8$?
4. Afin d'éviter le repliement de bande, le signal est filtré avant l'échantillonnage (toujours avec le pas $\Delta t = \tau/8$). Exprimez la pulsation de coupure de ce filtre en fonction de ω_1 et représentez le spectre du signal après échantillonnage.

III. Analyse spectrale par Transformée de Fourier Rapide

Le spectre du signal échantillonné est analysé par FFT sur N points. Le signal discret $\{x_n\}$ est issu de l'échantillonnage du signal x(t) sur une durée T_e avec une résolution temporelle $\Delta t = \tau/8$. Le spectre est également échantillonné, sur une durée ω_e avec une résolution en pulsation $\Delta\omega$.

1. On suppose tout d'abord que la durée est limitée à $T_e = \tau$. Exprimez alors les paramètres $\Delta\omega$ et ω_e en fonction de ω_1 et représentez le spectre du signal.
2. On souhaite une résolution en pulsation $\Delta\omega = \omega_1/10$. Déterminez le nombre de points N nécessaire au calcul de FFT et recalculez T_e.
3. Représentez le signal discret $\{x_n\}$ et sa FFT $\{X_k\}$ pour cette dernière valeur de N.