CQFR (Ce Qu'il Faut Retenir) des cours 3 et 4

1. Série de Fourier
    - La SF permet de représenter un signal périodique, de période T, comme une somme (éventuellement infinie) de fonctions harmoniques (sinus et cosinus ou exp. incluant une phase) pour des fréquences particulières, $f_n = nF$ avec F=1/T la fréquence fondamentale.
    - La suite des coefficients de Fourier (a_n et b_n ou c_n) permet de reconstruire le signal x(t). On appelle spectre de Fourier la représentation de cette suite.
    - Le spectre d'un signal périodique est donc discret (c.à.d. défini pour des fréquences particulières, f_n).

2. Transformée de Fourier
    - La TF permet de représenter un signal quelconque par une intégrale de fonctions harmoniques définies pour toutes les fréquences f (f est une variable réelle).
    - Le spectre d'un signal quelconque est une fonction continue de la fréquence. Dans le cas particulier où le signal est périodique la TF contient des impulsions de Dirac (le spectre est discret).
    - La TF d'une fonction existe « au sens des fonctions » (*asdf*) si la fonction est à module sommable ($x(t)\in L^1(\mathbf{R})$). La TF inverse existe si $X(\omega)\in L^1(\mathbf{R})$. Si la fonction est à carré sommable, $x(t)\in L^2(\mathbf{R})$, alors la TF et la TF inverse existent (p.ex. : c'est le cas de tous les signaux à durée finie).

3. Transformée de Laplace
    - La TL permet d'analyser le spectre de signaux à croissance au plus exponentielle (donc, qui ne sont pas à module sommable). C'est une fonction d'une variable complexe $p = \alpha + j\omega$ et elle n'est définie que pour un intervalle particulier $\alpha\in\Sigma$ avec $\Sigma =]a,b[$ qu'il faut toujours préciser. Si la TL existe, alors la TL inverse existe également.
    - Si la TL existe et la valeur $\alpha=0 \in \Sigma$, alors la TF coïncide avec la TL calculée à $\alpha=0$, c.à.d. pour $p = j\omega$: $X_L(j\omega) = X(\omega)$.

4. Distributions
    - La distribution de Dirac $\delta(t)$ et la fonction échelon $\Gamma(t)$ permettent de modéliser des fonctions discontinues, ainsi que leurs dérivées et leurs TL et TF « au sens des distributions» *asdd*.
    - Le delta de $\delta(t)$ vaut zéro partout sauf en t=0 où il vaut $+\infty$. Il peut être défini par la proprieté : $\int f(t)\ \delta(t-t_0)\ dt = f(t_0)$.
    - On a aussi : $\int \delta(t)\ dt = 0$; $\delta(at) = \delta(t) / |a|$.

5. Propriétés
    - Le dictionnaire des transformées rassemble un certain nombre de résultats à utiliser lors de l'étude des systèmes linéaires, pour éviter le calcul des TL/TF et TL/TF inverses, *MAIS* il faut connaître par cœur les TF/TL fondamentales :

- Rectangle :	TF[Rect(t/τ)] = 2τ sinc(ωτ)
- Dirac :	TL[δ(t)] = 1
- Unité :	TL[1] = 2π δ(ω) = δ(f)
- Échelon :	TL[Γ(t)] = 1/p