

Un circuit chaotique

MARIA BARBI,

ADAPTÉ DU PROJET DE XAVIER PAILLON

(<http://lsiwww.epfl.ch/LSI2001/teaching/physiciens/info/sujet2.pdf>)

Étude du circuit de Chua

L'objectif de ce projet est d'étudier un circuit chaotique, le circuit de Chua. Un système chaotique est un système déterministe dynamique qui possède un comportement imprévisible à long terme. Cette imprévisibilité est due à la sensibilité aux conditions initiales, particularité des systèmes chaotiques : les lois qui régissent le comportement du système sont déterministes, mais une différence infinitésimale dans le choix des conditions initiales (lié par exemple à l'imprécision intrinsèque aux instruments de réglage) amène le système à évoluer selon deux trajectoires qui s'éloignent très rapidement l'une de l'autre. On observe alors un comportement irrégulier.

Pour toute l'étude, on se référera à l'article de M. P. Kennedy, *Robust op amp realisation of chua's circuit*, 1992.

Circuit de Chua

Pour observer des comportements chaotiques à l'aide d'un circuit électrique à boucle continue, ce circuit doit posséder au moins 1 élément non linéaire, une résistance active, 3 éléments capables de stocker de l'énergie (capacité, inductance). On obtient alors un système d'équations différentielles d'ordre 3. Schéma du circuit :

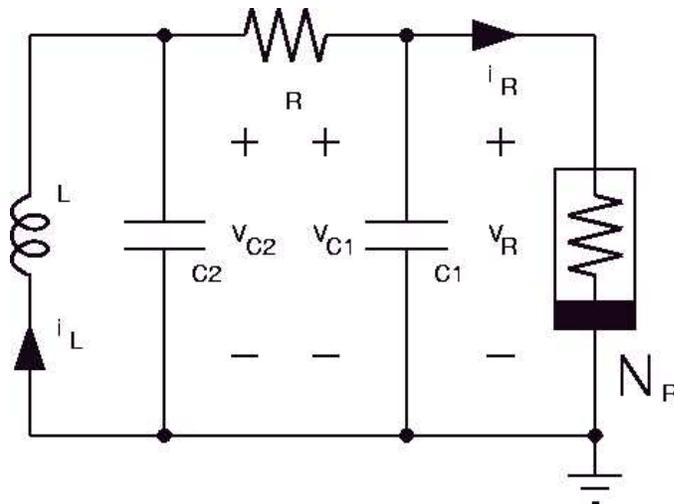


FIG. 1 – Circuit de Chua

Le circuit peut être décomposé en un circuit oscillant (partie gauche du circuit, comprenant tous les éléments linéaires) et une résistance non linéaire (à droite). Cette dernière peut être décrite en donnant la fonction (non linéaire)

$$I_R = g(V_R)$$

qui relie le courant I_R qui la traverse à la tension V_R qui lui est appliquée. Les caractéristiques théoriques de la diode de Chua vous sont données dans l'article de Kennedy.

Oscillateur

Etudier de façon théorique le circuit oscillant, calculer la fonction de transfert en ayant au préalable étudié le rôle des composants de ce circuit. On pourra tracer les diagrammes de Bode théoriques pour différentes valeurs de composants et déterminer les différentes fréquences de coupures suivant les valeurs des composants choisis.

Equations différentielles

Reprendre le circuit de Chua et déterminer le système d'équations différentielles de ce circuit (raisonnez sur les courants) en fonction de $L, I_L, V_1, V_2, C_1, C_2, g(Vr)$ et $G = 1/R$.

Travail expérimental

Réaliser le schéma électrique suivant l'article de Kennedy.

a. Fixer tous les paramètres constants et faites varier R entre 1.4k et 2k Ohms environs. Noter les différents régimes observés. En déduire les zones (plages de variations de R) où on peut observer des signaux chaotiques, conclusions.

b. Dans une représentation XY tracez les attracteurs observés en visualisant les tensions aux bornes des deux capacités une en fonction de l'autre. Mettre en évidence les régimes périodiques, quasi-périodiques, chaotiques.

c. Quelle est l'influence de la tension d'alimentation des amplificateurs opérationnels sur les régimes observés ?

Références :

- *3 steps to chaos Part I and II*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 40 n°10 1993

- M.P. Kennedy *A universal circuit for studying and generating chaos Part II : Strange Attractors*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol 40 n°10 1993

- L. Chua Chai Wah Wu A. Huang Guo Qun Zhong *An Exploration of Chaos Vol III*, Text on Computational Mechanics, North Holland, J. Argyris G. Faust M. Haase