ODa 1

EFFET DOPPLER ACOUSTIQUE

Soit une source d'ondes périodiques de fréquence ν en mouvement par rapport à un observateur. Ce dernier perçoit une fréquence ν' différente de ν et qui dépend de sa vitesse par rapport à la source. Ce phénomène est appelé effet Doppler. Il est utilisé pour déterminer des vitesses. Par exemple, la vitesse radiale des étoiles est mesurée par l'analyse de la lumière qu'elles émettent (onde électromagnétique); la vitesse du sang est déterminée par la réflexion d'ondes acoustiques.

1 Théorie

1.1 L'onde acoustique

Une onde est la variation d'une grandeur physique qui se propage dans l'espace à une certaine vitesse. Une onde se déplaçant dans un milieu fluide est dite *acoustique* et est interprétée comme suit : un mouvement local du fluide entraîne un changement local de densité; un changement de densité entraîne une variation de pression; une différence de pression entraîne un mouvement local du fluide. Le mouvement du fluide et la direction de propagation ne doivent pas être confondus. Pour des ondes acoustiques ils sont parallèles : l'onde est longitudinale. L'amplitude de l'onde dépend des deux variables x et t .

1.2 Ondes périodiques

Une onde est périodique de période T s'il existe T tel que la valeur de l'amplitude à l'instant t+T est la même qu'à l'instant t, pour tout t et tout x. Il est clair que l'onde est également périodique de période nT; la plus petite valeur de T satisfaisant la condition définit donc la période. Dans ce cas, on parle également de *fréquence* ν comme le nombre de périodes par unité de temps et de la pulsation ω :

$$\nu = 1/T \quad [\mathrm{Hz}]$$

$$\omega = 2\pi\nu \quad [\mathrm{s}^{-1}] \qquad (1)$$

Les ondes acoustiques dans la gamme de fréquences comprise entre 20 Hz et 20 kHz environ produisent des effets audibles; on parle d'*ondes sonores*. Les ultrasons sont des ondes acoustiques avec des fréquences supérieures à 20 kHz.

L'étude générale de l'onde périodique se réduit à celle d'une onde sinusoïdale de la forme :

$$o(x, t) = a \cos [(2\pi/T)(x - ct)] = a \cos (\omega t - kx) \quad (2)$$

Le terme (x – ct) traduit la propriété que possède l'onde de se propager à la vitesse c. Le *nombre d'onde* k vaut :

$$k = \omega/c \quad [m^{-1}] \quad (3)$$

A tout instant t fixé, l'onde est périodique en fonction de x. Il est possible de définir la *longueur d'onde* λ telle que $o(x + \lambda, t) = a \cos (\omega t - kx - k\lambda) = a \cos (\omega t' - kx - 2\pi)$. Ainsi:

$$\lambda = 2\pi/k \quad [m] \quad (4)$$

1.3 Effet Doppler

Soit une source immobile placée en x_s et émettant une onde sinusoïdale dont l'amplitude est maximale au temps t_s. Un récepteur placé en x_r détectera ce maximum au temps t_r. Le maximum suivant, émis au temps $t_s + T$ sera détecté au temps $t_r + T$; la fréquence détectée est donc identique à la fréquence émise.

Si maintenant le récepteur s'éloigne de la source à une certaine vitesse (plus faible que la vitesse du son) et qu'il détecte le premier maximum au temps t_r, il ne détectera pas le maximum suivant au temps $t_r + T$ mais un peu plus tard car à $t_r + T$ le second maximum se trouve à l'endroit où se trouvait le récepteur qui s'est déplacé pendant le temps T.

Plus précisément, soient une source immobile produisant une l'onde selon (2) : et un récepteur qui s'éloigne de la source à la vitesse u : $x_r(t) = x_{0r} + ut$ avec $x_{0r} > o(x,0)$ pour u>0. A l'instant t le récepteur détecte l'amplitude r :

$$r(t) = o(x_r(t),t) = a \cos [\omega t - kx_r(t)]=$$

$$a \cos [\omega t - k(x_{0r} + ut)] = a \cos [\omega(1-u/c)t - kx_{0r}] =$$

$$a \cos (\omega' t - kx_{0r}) \qquad (5)$$

avec :

$$\omega' = \omega\,(1-u/c) \qquad (6)$$

ou encore :

$$\nu' = \nu\,(1-u/c) \qquad (7)$$

Dans tous les cas où le récepteur s'éloigne de la source la pulsation reçue n'est pas la pulsation ω, émise par la source mais une pulsation inférieure $\omega' = \omega\,(1-u/c)$.

Un calcul identique au précédent indique que dans le cas où le récepteur s'approche de la source, la pulsation reçue augmente de ω à $\omega' = \omega\,(1+u/c)$.

Avec le même raisonnement il est aisé de montrer que dans le cas où la source est en mouvement et que le récepteur est immobile, ce dernier détecte une pulsation plus élevée si la source s'en approche $\omega' = \omega\,(1+u/c)^{-1}$ et une pulsation plus faible si la source s'en éloigne $\omega' = \omega\,(1-u/c)^{-1}$. Dans notre cas, la propriété $u<<c$ permet le développement en série de puissances $(1+u/c)^{-1} = 1-u/c +u^2/c^2- \ldots = 1-u/c$ avec une très bonne approximation. Ainsi, chaque fois que la source et le récepteur se rapprochent, la fréquence perçue augmente de $(1+u/c)$ et elle diminue de $(1-u/c)$ chaque fois qu'ils s'éloignent l'un de l'autre.

1.4 Phénomène des battements

Soient deux signaux de même amplitude maximale a et de pulsations proches $\omega_1 = \omega$ et $\omega_2 = \omega+\Delta\omega$ se superposant. Dans ce cas (relation trigonométrique) :

$$a \cos \omega t + a \cos (\omega+\Delta\omega)t = 2a \cos(\omega+\Delta\omega/2)t \cos(\Delta\omega t/2) \qquad (8)$$

Le signal résultant (voir la figure 1) consiste en un signal sinusoïdal de fréquence ν, moyenne des fréquences proches ν_1 et ν_2 (fonction modulée), mais dont l'amplitude

maximale varie périodiquement et lentement selon la fréquence $\nu' = \Delta\omega/4\ \pi$, demi-différence entre les fréquences ν_1 et ν_2 (fonction modulante).

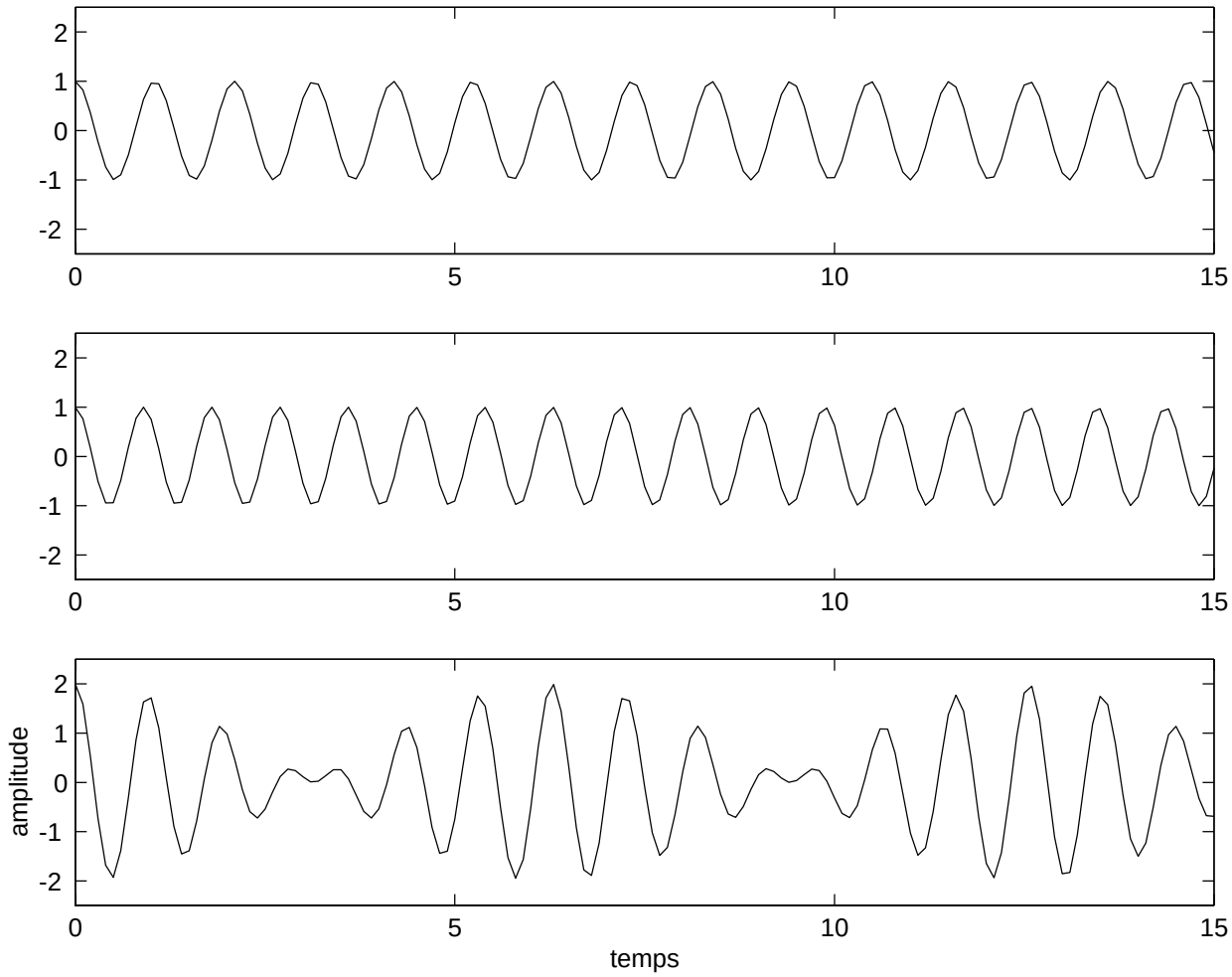

Figure 1 : phénomène de battements. Les signaux sont représentés en fonction du temps. Le troisième graphique représente la somme des deux signaux reproduits sur le premier et deuxième graphiques. L'axe des ordonnées représente l'amplitude du signal. L'amplitude maximale varie périodiquement; elle est modulée. La période T_{batt} du battement est l'intervalle de temps séparant deux amplitudes maximales nulles.

On entend la fréquence ν mais également une forte variation de son intensité à la fréquence double de la fréquence ν'. C'est la sensation de battements.

$$\nu_{batt} = \Delta\omega/2\ \pi \qquad (9)$$

Cette méthode est intéressante car elle permet de déterminer précisément la différence entre deux fréquences proches et ceci d'autant plus facilement que la différence est plus petite. Elle est utilisée au cours de cette manipulation où à cause des faibles vitesses de déplacement, la variation de fréquence par effet Doppler est faible.

1.5 Superposition de deux signaux déphasés

Soient une source et un récepteur (immobiles) placés respectivement en x=0 et en x = δ.

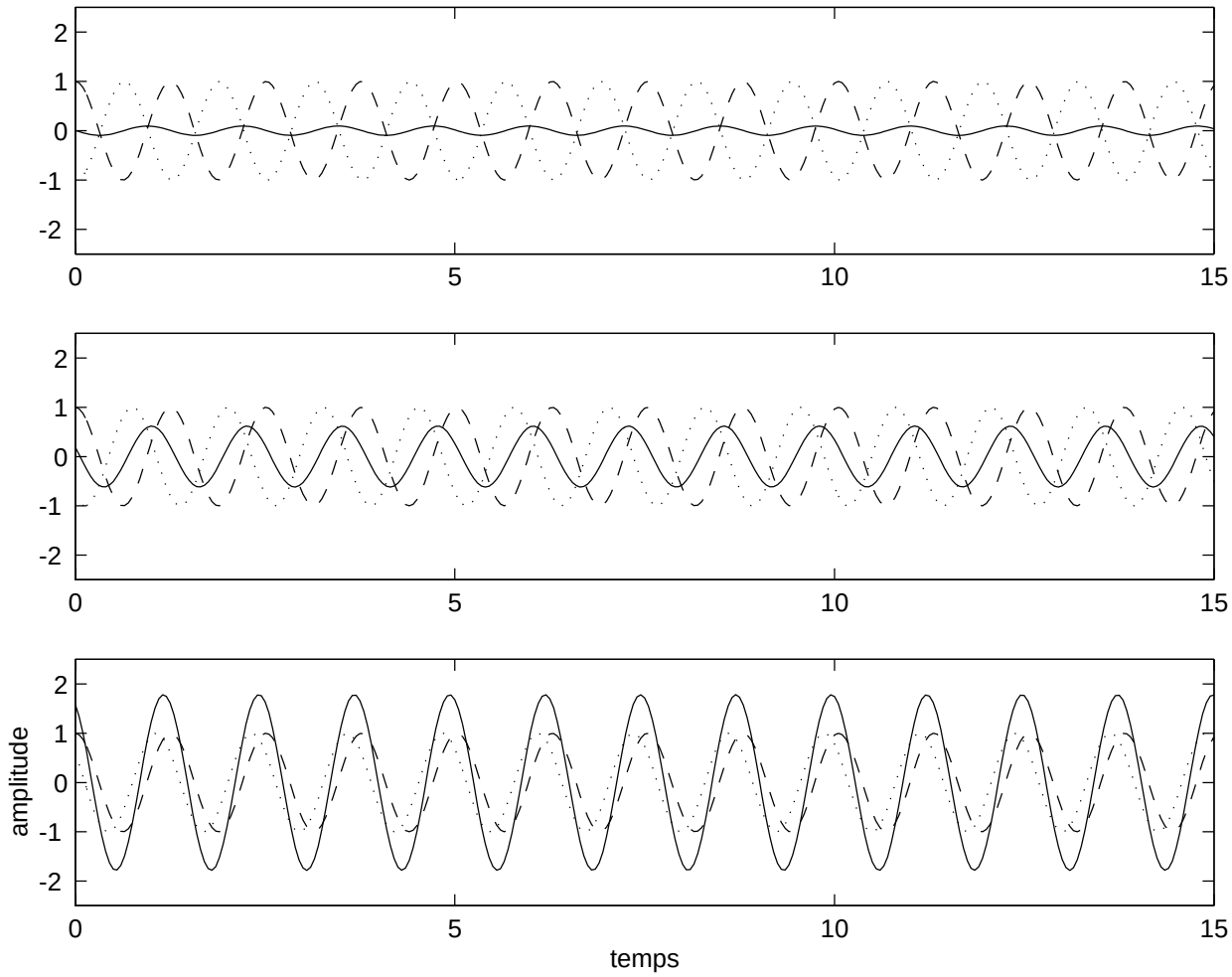

Figure 2 : Déphasage. Deux signaux de même fréquence mais déphasés l'un par rapport à l'autre (un signal est reproduit par des traitillés, l'autre par des pointillés) sont représentés en fonction du temps. Leur superposition est également représentée par un trait continu. Chaque graphique est caractérisé par un déphasage différent.

Additionnons (voir la figure 2) les signaux en x=0 et en x = δ :

$$o(0, t) + o(\delta, t) = a \cos \omega t + a \cos (\omega t - k\delta) = 2a \cos(\omega t - k\delta/2) \cos(k\delta/2) \quad (10)$$

On obtient un signal sinusoïdal de pulsation ω et d'amplitude maximale 2acos(kδ/2).

C'est un cas de figure semblable aux battements, l'amplitude maximale n'est pas fonction du temps mais de la distance δ.

Le déphasage entre les deux signaux est dû au temps δ/c que met l'onde à se propager de la source au récepteur.

1.6 L'onde sphérique

Les ondes acoustiques peuvent être produites par la mise en mouvement du fluide dans une petite région de l'espace. Dans ce cas elles peuvent être approximées par des ondes sphériques (la projection de l'onde sur toute droite passant par le point d'émission x_0 donne le même résultat). L'amplitude maximale de l'onde (qui est constante dans le cas à une dimension) varie en 1/r, r étant la distance par rapport à x_0.

1.7 Transducteur électromécanique

Ce terme désigne en particulier le dispositif capable de produire des ondes acoustiques à partir de tensions électriques variables. Dans cet appareil, un cristal piézo-électrique est mis en oscillation, transformant les variations de tension électrique en variations de pression; c'est le rôle de la source.

Le récepteur remplit la fonction inverse, à savoir transformer des variations de pression en variations de tension qui peuvent être visualisées. Les deux transducteurs utilisés (source et récepteur) ont une bonne courbe de réponse pour des fréquences de 40kHz environ.

2 MANIPULATION

2.1 Appareils utilisés

Chaque place de manipulation est équipée de :

- un banc comprenant une partie mobile entraînée à la main ou à l'aide d'un moteur, 2 transducteurs électromécaniques, dont l'un est alimenté par un signal électrique de fréquence et d'amplitude fixes;
- 1 oscilloscope permettant de visualiser différents signaux;
- 1 baie permettant d'effectuer les fonctions et les liaisons désirées entre les appareils. La baie est partagée en trois parties qui consistent en un schéma de fonctionnement avec des branchements, un contrôle du moteur d'entraînement et l'alimentation des appareils.

2.2 Montage expérimental

Le schéma de fonctionnement est reproduit sur la figure 3.

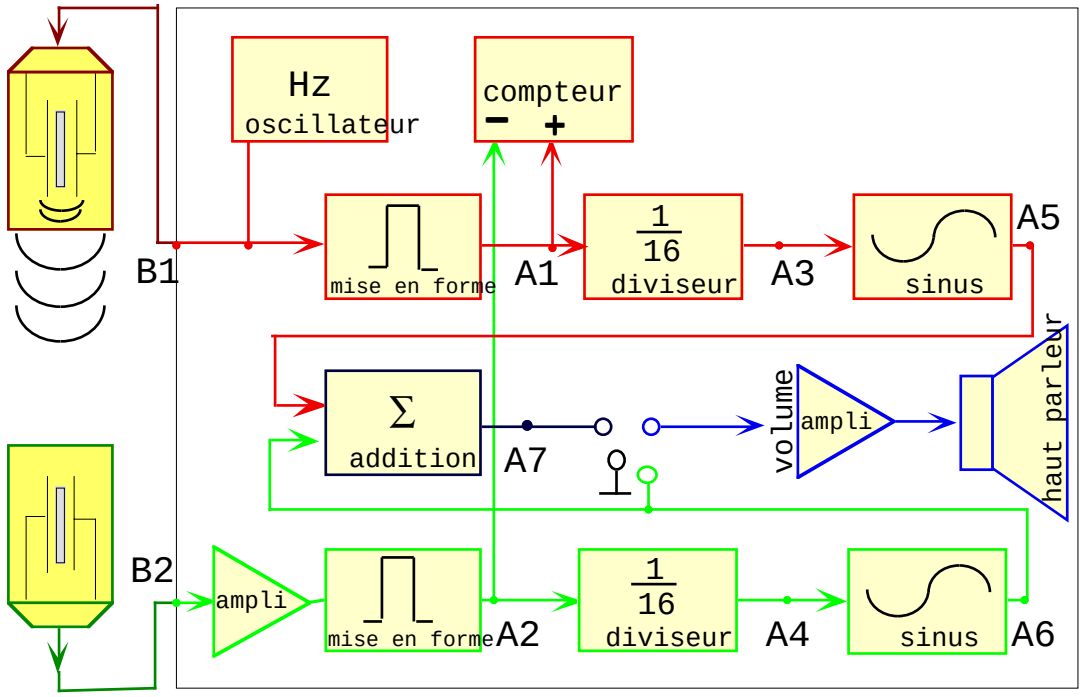

Figure 3 : schéma de fonctionnement

La source et le récepteur sont branchés en B1 et B2. Les signaux peuvent être observés à ces branchements.

Le signal transmis à la source et le signal amplifié provenant du récepteur sont transformés en signaux carrés d'amplitude fixe, signaux observables en A1 et A2.

Les ondes décrites dans la partie théorique sont supposées avoir une amplitude invariante alors que ce n'est pas le cas pour les ondes sphériques utilisées (voir le paragraphe 1.6); cet artifice électronique permet de simplifier l'interprétation des résultats.

Les fonctions suivantes permettent de diviser la fréquence par 16 (diviseurs, mesurables en A3 et A4) puis de reformer un signal sinusoïdal (sinus, observables en A5 et A6). L'onde ultrasonique est ainsi convertie en un signal sonore, audible à l'aide d'un haut-parleur.

Les deux signaux sont finalement additionnés analogiquement, cela pour permettre d'observer une superposition (la somme est mesurable en A7).

Un haut parleur peut être connecté en A6 et en A7.

Un compteur donne la différence (avec un signe) entre le nombre d'impulsions provenant de A1 et de A2, mesuré pendant une seconde. Il indique donc une différence de fréquences entre la source et le récepteur.

3 PLAN DE TRAVAIL

3.1 Rappel

$$c = u\,\nu / (\nu - \nu') \qquad (11)$$

avec c : vitesse du son; ν, ν' : fréquences des ondes émise et reçue; u : vitesse relative entre source et récepteur.

3.2 Mesures

3.2.1 Mesure de la fréquence ν

Visualiser le signal émis par la source sur l'écran de l'oscilloscope, après la division par 16 (en A3). Utiliser:

$$\nu = 16\,N / T = 16\,N / (r\,U) \qquad (12)$$

avec N : nombre d'oscillations; T : temps écoulé pendant ces oscillations; r : échelle du temps (en secondes par unité d'échelle); U : nombre d'unités d'échelle.

Faites une mesure en prenant le signal de la source et une en prenant celui du récepteur. Estimer $\Delta\nu$ à l'aide de:

$$\Delta\nu / \nu = \Delta U / U \qquad (13)$$

3.2.2 Mesure de c par différence de fréquences

Utiliser (11) en prenant pour $\nu - \nu'$ la valeur du compteur automatique. Estimer l'incertitude de $\nu - \nu'$. Faites trois mesures en variant u. calculer pour deux des trois mesures l'incertitude Δc à partir des incertitudes sur ν, $\nu - \nu'$ et u:

$$\Delta c / c = \Delta\nu / \nu + \Delta(\nu - \nu') / (\nu - \nu') + \Delta u / u \qquad (14)$$

3.2.3 Mesure de c par la méthode des battements

Visualiser sur l'écran la somme des signaux de la source et du récepteur. Compter le nombre de battements N pendant que le récepteur bouge d'un bout à l'autre et chronométrer le temps écoulé T. Utiliser

$$\nu - \nu' = 16\ N / T \qquad (15)$$

et estimer ΔT. Déterminer $\Delta(\nu - \nu')$ à l'aide de:

$$\Delta(\nu - \nu') / (\nu - \nu') = \Delta T / T \qquad (16)$$

et calculer c (11). Faites trois mesures en variant u. Calculer pour deux des trois mesures l'incertitude Δc.

3.2.4 Mesure de c par la superposition de signaux déphasés

Visualiser le signal de la source et celui du récepteur simultanément sur l'écran et déplacer le récepteur jusqu'à ce que les deux signaux ne soient plus déphasés. Mesurer la longueur d'onde λ en déterminant le déplacement du récepteur nécessaire pour passer d'un recouvrement exact à un recouvrement exact des signaux. Ne pas oublier de diviser par 16 si nécessaire. Estimer $\Delta\lambda$, calculer c à l'aide de:

$$c = \nu \lambda \qquad (17)$$

et déterminer Δc:

$$\Delta c / c = \Delta \nu / \nu + \Delta \lambda / \lambda \qquad (18)$$

3.3 Conclusion

Comparer les trois méthodes pour la mesure de c en vous basant sur l'incertitude Δc.

Expliquer l'assertion suivante: "Le phénomène des battements est interprété comme le changement continu du déphasage."