

**Examen du 25 janvier 2006.**

Durée : 2h.

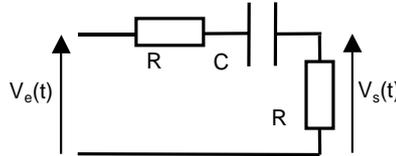
Aucun document autorisé. Téléphones portables éteints.

Calculatrices type collège, non graphiques et non programmable autorisées.

Les trois exercices sont indépendants.

**Exercice 1. Etude d'un circuit électronique.**

Considérer le circuit suivant :

1) Analyse en régime transitoire

- Ecrire l'équation différentielle reliant la tension de sortie  $V_s(t)$  à la tension d'entrée  $V_e(t)$ .
- Exprimer la transmittance  $H(p)$  de ce filtre par transformée de Laplace.
- Déterminer la réponse impulsionnelle  $h(t)$  de ce circuit en utilisant la transformée de Laplace inverse. Tracer la réponse impulsionnelle.

NB: on rappelle que  $\text{TL}[e^{-at} \Gamma(t)] = 1 / (a + p)$ .2) Analyse en régime harmonique

- Exprimer la transmittance du circuit en régime harmonique  $H(\omega)$ , en utilisant les lois de l'électronique.
- Evaluez le module de  $H(\omega)$  lorsque  $\omega$  tend vers zéro et l'infini.
- Tracer  $20 \log |H(\omega)|$  en fonction de  $\omega$ , où  $|H(\omega)|$  est le module de  $H(\omega)$ .

**Exercice 2. Echantillonnage.**On considère le signal  $x(t) = \exp(-a/t)$  dont la TL est  $2a / (a^2 - p^2)$ .

- Tracer le signal et le module de sa transformée de Fourier, en évaluant les fonctions en quelques points significatifs.
- Le signal est échantillonné avec un pas temporel  $\Delta t = 1/(2a)$  et sur une durée de  $T_e = 12/a$ . Calculer la fréquence d'échantillonnage  $f_e$ , la résolution en fréquence  $\Delta f$  et le nombre de points  $N$  pour une analyse par FFT.
- Tracer le signal échantillonné et son spectre discret obtenu par FFT.

**Exercice 3. Signaux aléatoires.**

- Soit un signal aléatoire de DSP constante et égale à  $S_{xx}(v) = \gamma_x$  sur la bande de fréquence  $v \in [-v_x/2, v_x/2]$  et nulle ailleurs.
  - Tracer la DSP de ce signal ainsi que sa fonction de corrélation.
  - Exprimer sa variance.
- On filtre ce signal avec un filtre de transmittance  $H(v) = 1$  pour  $v \in [-v_f/2, v_f/2]$  et 0 ailleurs. On supposera que  $v_f < v_x$ .
  - Tracer la DSP de signal filtré ainsi que sa fonction de corrélation.
  - Exprimer la variance du signal filtré dans le cas où  $v_f = v_x/2$ .