L3 – Physique – parcours PSVP
LP 342 – Mesures Physiques
Année 2008-2009

Evaluation Continue n°3 – 11 décembre 2008

Documents et calculatrices interdits
Les 3 exercices sont indépendants

Exercice 1. Optique de Fourier

On réalise une expérience de diffraction en optique. On éclaire une ouverture ponctuelle avec une source monochromatique. On place ensuite un dispositif permettant de réaliser la diffraction par un objet en étant dans les conditions de Fraunhoffer. On observe sur un écran.

1. Proposer un dispositif expérimental qui remplisse les conditions ci-dessus. Faire un schéma.
2. L'objet diffractant est une fente fine disposée verticalement qu'on supposera infinie dans la direction verticale. Faire un dessin de la figure de diffraction observée sur l'écran, en précisant ses caractéristiques mais sans faire de calcul.
3. On double la largeur de la fente diffractante, comment évolue la figure de diffraction. Faire un dessin.
4. On suppose maintenant que la fente a une largeur a suivant la direction horizontale et $4a$ suivant la direction verticale. Faire à nouveau le dessin de la figure de diffraction obtenue en justifiant (toujours sans faire de calcul).
5. L'objet diffractant est maintenant une diapositive sur laquelle on photographié des franges d'interférences. La transparence de la diapositive est de la forme $\mathrm{Trans}(x) = (\sin \alpha x)^2$, elle est invariante dans la direction y. Qu'observe-t-on sur l'écran ?
6. L'objet diffractant est à nouveau une diapositive sur laquelle ont été photographiés des signes + en grand nombre, répartis de manière aléatoire. Quelles propriétés de symétrie a la figure de diffraction ? Comparez la figure obtenue à celle qui serait obtenue avec un seul signe +. Proposer un dessin de la figure de diffraction.

Exercice 2. Particule en suspension dans un liquide

On s'intéresse au mouvement (composante le long d'un axe x) d'une petite particule en suspension dans un liquide. La particule est soumise à la force de frottement $-\gamma \dot{x}$, et à une force dépendante du temps $f(t)$ que l'on précisera ultérieurement. *Toutes les conditions initiales sont nulles :* $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$, $\ddot{x}(0) = 0$.

A. Description du système.

A.1 Montrer que la dynamique de la particule peut être déterminée par l'équation différentielle

$$m\dot{v}(t) + \gamma v(t) = f(t) \tag{1}$$

où $v(t) = \dot{x}(t)$ est la vitesse de la particule.

A.2. En considérant $f(t)$ comme le signal d'entrée du système et $v(t)$ comme le signal de sortie, déterminer la fonction de transfert $H(p)$ associée à l'équation différentielle (1).

A.3. En déduire la réponse impulsionnelle $h(t)$ du système et la tracer.

B. Force extérieure constante

Cas 1 : une force constante est appliquée à la particule à partir de l'instant $t=0$: $f_1(t)=F_0\Gamma(t)$.

B.1. Déterminer la réponse correspondante du système qu'on indiquera $v_1(t)$. Tracer $v_1(t)$. Ce résultat est il réaliste d'un point de vue physique ? Justifier.

B.2. En déduire la position $x_1(t)$ de la particule en fonction du temps et la tracer.

B.3. Rappeler la définition d'énergie d'un signal et appliquer le théorème de Parseval au signal $v_1(t)$. Que vaut la densité spectrale d'énergie $S_{v_1v_1}(\omega)$ du signal ?

C. Force aléatoire due aux chocs moléculaires

On considère maintenant le cas 2 où la force exercée sur la particule est la force due aux chocs des molécules du liquide environnant. Il s'agit donc d'une force aléatoire, qu'on modélise par un bruit blanc $b(t)$ de densité spectrale de puissance égale à $2\gamma k_B T$: on notera donc $f_2(t)=b(t)$. On notera $v_2(t)$ le signal vitesse correspondant.

On rappelle que $S_{xx}(\omega)$, la densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire $x(t)$, est la transformée de Fourier de $\varphi_{xx}(\tau)$, sa fonction de corrélation.

C.1. Exprimer et tracer $\varphi_{bb}(\tau)$, la fonction d'autocorrélation de $b(t)$, et $S_{bb}(\omega)$, sa DSP.

C.2. Que vaut la valeur moyenne $\langle b\rangle$ de $b(t)$? Et sa variance σ_b ?

C.3. L'équation différentielle et sa trasmittance permettent de passer des caracteristiques statistiques du signal aléatoire d'entrée (la force aléatoire $b(t)$) à celles du signal de sortie (la vitesse $v_2(t)$). Comment ? Déterminer la DSP $S_{v_2v_2}(\omega)$ de la vitesse $v_2(t)$, puis en déduire sa fonction d'autocorrélation $\varphi_{v_2v_2}(\tau)$.

D. Force constante en présence de chocs moléculaires

Finalement, on considère le cas 3 où la particule est soumise à la fois à la force constante $F_0\Gamma(t)$ et aux chocs moléculaires : la force totale (le signal d'entrée du système) est donc la somme d'un signal déterministe et d'un signal aléatoire: $f_3(t)=F_0\Gamma(t)+b(t)$.

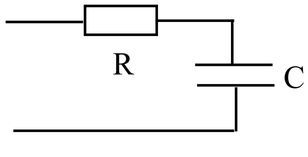
D.1. Comment peut-on déterminer la réponse $v_3(t)$ du système pour ce cas ? A quoi rassemblera-t-elle ? Faire un dessin.

Exercice 3. Signaux aléatoires.

1. Soit $x(t)$ un signal aléatoire de fonction de corrélation égale à $\varphi_{xx}(\tau)=2\nu_0\gamma_x\,\mathrm{sinc}(2\pi\nu_0\tau)$.

- **a.** Déterminer la DSP de ce signal et la tracer, ainsi que sa fonction de corrélation.
- **b.** Exprimer sa variance.

2. On filtre ce signal avec un filtre RC (*figure*).



- **a.** Determiner la transmittance $\mathrm{H}(\omega)$ du filtre.
- **b.** Tracer la DSP de signal filtré $y(t)$.
- **c.** Dire comment on peut calculer la variance σ_y du signal filtré sans faire explicitement le calcul. Comment cette variance dépend-elle de γ_x ? De ν_0 ?