CMP-hR 2 (cours 2 – chapitre 3/a – évolution temporelle linéaire)

A. Evaluer une fonction linéaire à coefficients numériques (« Connaitre »/ « Appliquer »)

Calculer la valeur des fonctions de la variable t suivantes aux abscisses indiquées :

1) $Q(t) = t$, évaluée à $t = 4$
2) $Q(t) = 3t$, évaluée à $t = 4$
3) $Q(t) = 3t - 9$, évaluée à $t = 0$
4) $Q(t) = -t+3$, évaluée à $t = 3$
5) $Q(t) = -3t+4$, évaluée à $t = 2$

B. Evaluer une fonction linéaire à coefficients littérales (« Connaitre »/ « Appliquer »)

Calculer la valeur des fonctions de la variable t suivantes aux abscisses indiquées (le résultat fera apparaître les constantes *a*, *b*) :

1) $Q(t) = at$, évaluée à $t = 4$
2) $Q(t) = at + b$, évaluée à $t = 0$
3) $Q(t) = -at + b$, évaluée à $t = 3$
4) $Q(t) = at + b$, évaluée à $t = b$
5) $Q(t) = at + b$, évaluée à $t = -b/a$
6) $Q(t) = -at$, évaluée à $t = -a^{-1}$

C. Chercher le zéro d'une fonction linéaire (« Connaitre »/ « Appliquer »)

Déterminer pour quelle valeur de la variable *t* la fonction *Q(t)* « *passe par zéro* », c'est à dire quelle valeur de *t* est solution de l'équation $Q(t) = 0$:

1) $Q(t) = t - 4$
2) $Q(t) = 3t - 9$
3) $Q(t) = at$
4) $Q(t) = at + b$
5) $Q(t) = t - b$

D. Chercher l'ordonnée à l'origine d'une fonction linéaire (« Connaitre »/ « Appliquer »)

Déterminer « *l'ordonnée à l'origine* » de la fonction *Q(t),* c'est à dire la valeur de *Q(t)* lorsque $t = 0$:

1) $Q(t) = 3t$
2) $Q(t) = at - 9$
3) $Q(t) = -at - b$
4) $Q(t) = at + b$
5) $Q(t) = t + b$

E. Tracer une fonction linéaire à coefficients connus (« appliquer »)

Tracer (dans un ou plusieurs graphiques) les fonctions suivantes en fonction de leur variable, *t* :

1) *Q(t) = t*
2) *Q(t) = 3t*
3) *Q(t) = 3t+2*
4) *Q(t) = – t*
5) *Q(t) = – 3t+4*

F. Tracer une fonction linéaire à coefficients inconnus (« appliquer »)

Tracer (dans un ou plusieurs graphiques) les fonctions suivantes en fonction de leur variable, *t* :
vous assumerez que les paramètres *a* et *b* ont toujours la même valeur pour toutes les fonctions, et vous indiquerez sur les axes les interceptes comme des expressions dépendantes de *a* et *b*.

1) *Q(t) = at*
2) *Q(t) = – at*
3) *Q(t) = 2at + 1*
4) *Q(t) = –2at + 1*
5) *Q(t) = – at + b*
6) *Q(t) = at – b*

G. Equations différentielles du premier ordre et évolution linéaire (« savoir faire »)

A. Calculer la dérivée de la fonction $Q(t) = Q_0 + kt$.

B. Calculer la valeur en *t = 0* de la fonction $Q(t) = Q_0 + kt$.

C. Quelle est la fonction *Q(t)* du temps *t* qui est solution de chacune des équations différentielles suivantes ? L'exprimer en fonction des paramètres et constantes donnés dans l'expression.

1) $\frac{dQ(t)}{dt} = k$, avec conditions initiales $Q(0) = Q_0$
2) $\frac{dQ(t)}{dt} = k$, avec conditions initiales $Q(0) = 0$
3) $\frac{dQ(t)}{dt} = k$, avec conditions initiales $Q(0) = B$
4) $\frac{dQ(t)}{dt} = 2$, avec conditions initiales $Q(0) = Q_0$
5) $\frac{dQ(t)}{dt} = -A$, avec conditions initiales $Q(0) = 3$

Exercices complémentaires

Exercice vitesse et graphique

Un train passe à $t = 0$ en position $x = 0$ puis continue d'avancer à vitesse constante $v = 100\ km/h$. Tracer la fonction $x(t)$ en fonction du temps.

Exercice exprimer une loi d'évolution linéaire à partir d'un texte

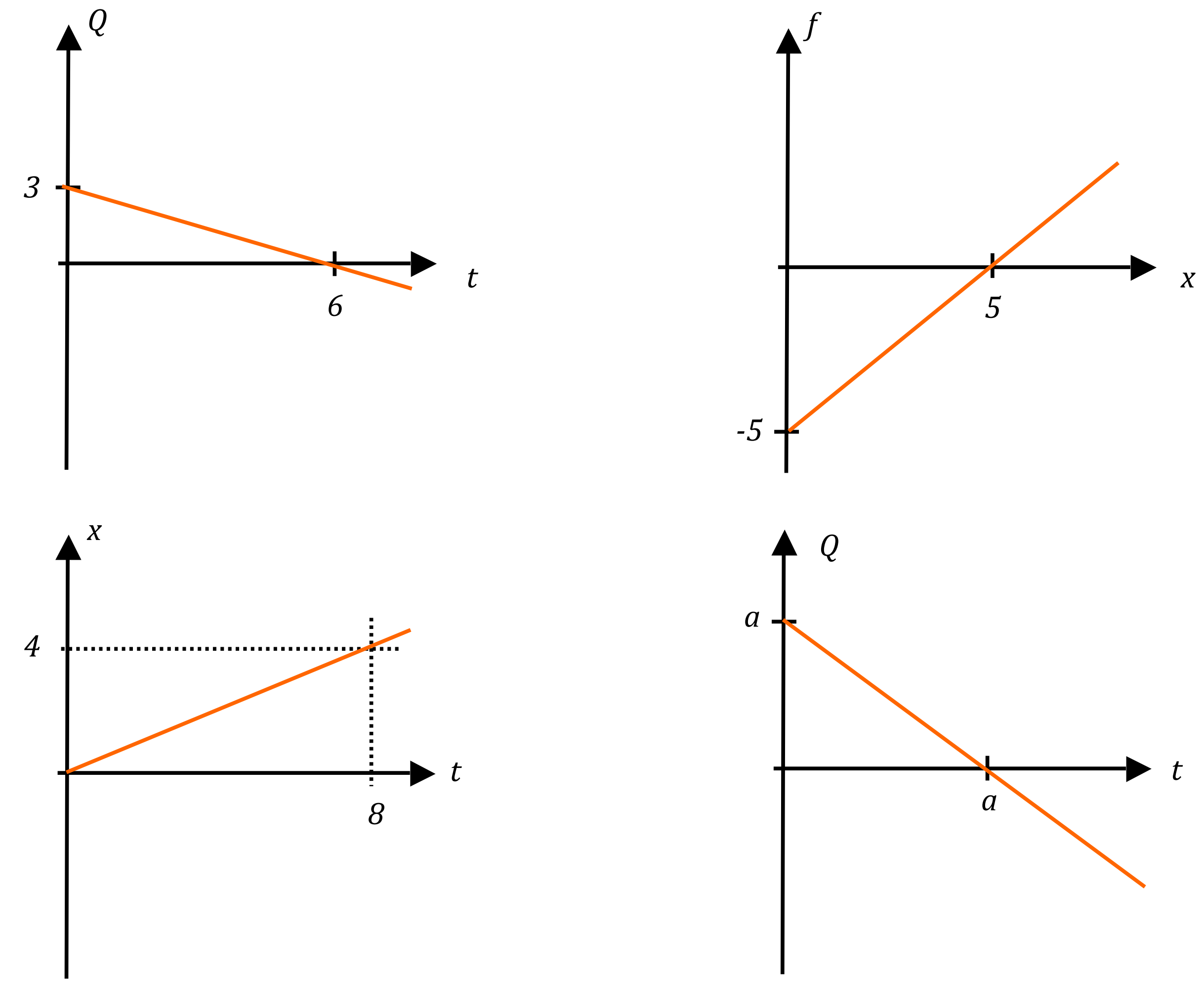
Un réservoir d'eau initialement vide est rempli avec débit constant $D = \Delta V/\Delta t = 20$ L/min. Ecrire la loi qui décrit le volume d'eau qu'il contient en fonction du temps, $V(t)$, à partir de $t = 0$. *(Pensez à vérifier l'homogénéité du résultat).*

Exercice exprimer une loi d'évolution linéaire à partir d'un texte

Des enfants à une fête d'anniversaire mangent des bonbons à une vitesse
$V = \Delta n/\Delta t = 3$ bonbons/min. La boite contient initialement 100 bonbons. Ecrire la loi qui décrit le nombre de bonbons qui restent en fonction du temps, $n(t)$, à partir de $t = 0$. *(Pensez à vérifier l'homogénéité du résultat).*

Exercice exprimer une loi d'évolution linéaire à partir d'un graphe

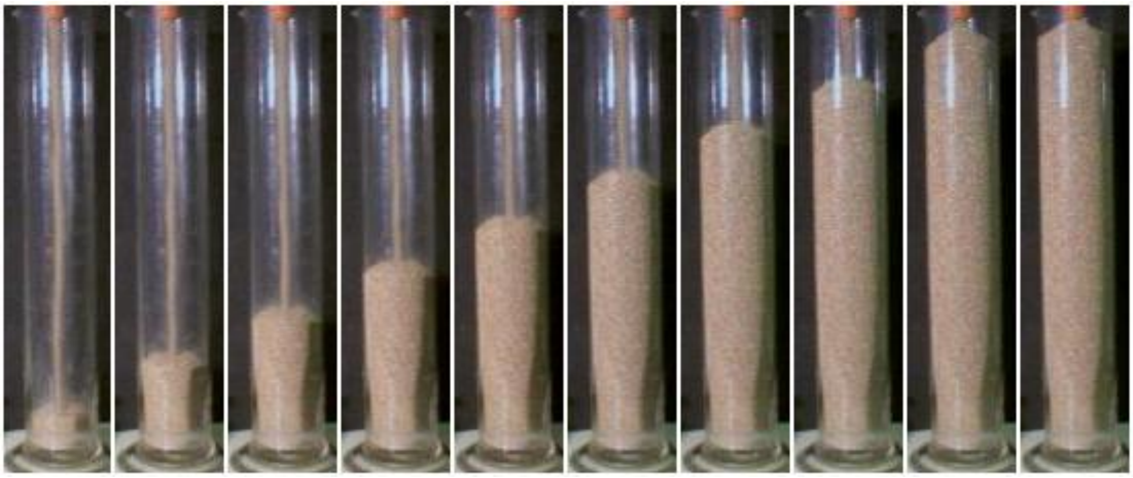
Exprimer les lois d'évolution représentées sur les 4 graphes suivants sous forme d'une loi mathématique, en utilisant les noms indiqués sur les graphes pour les grandeurs impliquées.



Problème sur le remplissage d'un réservoir

Le film montré en cours et les images ici montrent le remplissage d'un sablier. Le temps total de remplissage a été mesuré et vaut $t_{tot} = 26 \pm 1$ sec.

Le but de cet exercice est d'appliquer ce qu'on vient d'étudier à propos de la bougie à ce nouveau phénomène.



a. Décrire avec un tableau

En utilisant les images, construire un tableau pour représenter l'évolution de la hauteur *h* de la colonne de sable en fonction du temps.

Attention : vous devez choisir des unités de longueur arbitraires ! Une possibilité est de mesurer en millimètres sur la photo directement.

Suivant cette même approche, vous pouvez mesurer le temps en « images », ou bien le convertir en secondes.

b. Représentation graphique

En utilisant les valeurs que vous avez recueillies dans le tableau, proposez une représentation graphique du phénomène de remplissage.

c. Loi d'évolution h(t)

Déterminez la loi d'évolution qui permet de décrire l'évolution de la hauteur *h* en fonction du temps : écrivez cette loi d'évolution sous la forme la plus générale possible, en faisant apparaître des **constantes littérales**, dont vous spécifierez ensuite les dimensions, la valeur, les unités, la signification physique.

d. Décrire avec une équation d'évolution

Sauriez-vous écrire l'équation différentielle dont la fonction *h(t)* est solution ? De quel type d'équation différentielle s'agit-il ?