UE CMP
Concepts et Méthodes de la Physique

Cours 5

→ conclusion du chapitre 3 – les éq. diff. du premier ordre

→ on commence le chapitre 4 !

II. Cinématique : une introduction par l'exemple

A. Position, vitesse, accélération
B. Mouvement uniformément accéléré et chute libre
C. Tutorial
D. Position, vitesse, accélération grandeurs algébriques

→ Référentiels et repères : le film introductif

Annonce

Contrôle continu CMP – 5 novembre de 18h30 à 20h

Sections MIPI 12 à MIPI 16

Répartition selon les premières lettres du nom de famille :

De A à CA	Amphi B2
De CE à GA	Amphi B3
De GE à KA	Amphi 56B
De KE à N	Amphi F1
De O à TE	Amphi F2
De TH à Z	Amphi 45B

Conclusion du chapitre 3

Du chapitre 3 au chapitre 4 : résumé des notions introduites

A. Comment décrire l'évolution temporelle d'une grandeur physique Q

1. un film

2. un tableau de mesures

3. une phrase (développer un vocabulaire approprié)

4. **un graphe Q(t)**

5. **une loi mathématique Q(t)**

6. **une équation d'évolution (équation différentielle)**

Conclusion du chapitre 3

Du chapitre 3 au chapitre 4 : résumé des notions introduites

B. connaître les évol. temporelles **linéaire**, **sinusoïdale**, **exponentielle**

	loi d'évolution	équation différentielle
1. Linéaire :	$Q(t) = Q_0 + k\,t$	$dQ(t)/dt = k$
exemples : remplissage d'un récipient à section constante avec un débit constant, bougie cylindrique, évaporation d'un verre d'eau,...		
2. Sinusoïdale :	$Q(t) = Q_0 \sin(\omega t + \phi)$	/
exemples : pendule, ressort, son, courant alterné, mouvement circulaire (projection)...		
3. Exponentielle :	$Q(t) = Q_0 \exp(kt)$	$dQ(t)/dt = kQ(t)$
exemples : refroidissement de l'eau, désintégration radioactive, mousse de bière, population de bactéries, réaction en chaîne...		

Radioactivité – résumé

$P_{\Delta t} = \lambda\, \Delta t$ — λ = constante radioactive

$dN(t)/dt = = - \lambda\, N(t)$ — équation différentielle associée

$\boxed{N(t) = N_0\, e^{-\lambda\, t} = N_0\, e^{-t/\tau}}$ — loi d'évolution exponentielle

$\tau = 1/\lambda$ temps caractéristique
= durée de vie moyenne d'un noyau

$\tau_{1/2} = \tau \ln(2) = \ln(2)/\lambda$ = demi-vie

$A(t) = - dN(t)/dt = \lambda\, N(t) = \lambda\, N_0\, e^{-t/\tau}$ = activité
= désintégrations/temps

(Becquerel : 1 Bq = 1 désint./s)

Conclusion du chapitre 3

Du chapitre 3 au chapitre 4 : résumé des notions introduites

C. Outils mathématiques

1. fonctions
2. dérivées
3. graphes
4. échelle logarithmique
5. et bien sur les équations différentielles

Les équations différentielles rencontrées

Nos 2 exemples d'équations différentielles :

1. $\boxed{\frac{dQ}{dt} = k}$ → Solution : $\boxed{Q(t) = Q_0 + kt}$ évolution linéaire

2. $\boxed{\frac{dQ}{dt} = k\ Q(t)}$ ou $\boxed{\frac{dQ}{dt} - k\ Q(t) = 0}$ → Solution : $\boxed{Q(t) = Q_0\ e^{kt}}$ évolution exponentielle

2 cas particuliers d'équations différentielles linéaires du 1er ordre :

$$\boxed{a\frac{dQ}{dt} + b\ Q(t) = f(t)}$$

Q_0 et k constantes à déterminer pour chaque problème

Résolution d'une équation différentielle linéaire du 1er ordre non homogène

Equation linéaire non homogène :

$$a\,x(t) + b\,x'(t) + c\,x''(t) + d\,x'''(t) + \ldots = f(t)$$

solution :

$$x(t) = x_0(t) + x_P(t)$$

avec

$x_0(t)$ la **solution générale de l'équation homogène**
(générale = avec les constantes d'intégration pas encore déterminées)

$x_P(t)$ **une solution particulière de l'équation non homogène**

Si $f(t) = cte = C$, alors $x_P(t) = C/a = cte$ est une solution particulière

Résolution d'une équation différentielle linéaire du 1^er^ ordre non homogène

Outils mathématiques : Équations différentielles linéaires du premier ordre

Équations différentielles : définition et classification

- On appelle *équation différentielle* une équation qui relie une fonction $f(x)$ à ses dérivées : $F\left(f(x), f'(x), f''(x), f^{(3)}(x), \dots f^{(n)}(x)\right) = 0$.
- On appelle *ordre* de l'équation différentielle le degré maximal n de dérivation apparaissant dans l'équation. Ainsi une *équation différentielle du premier ordre* ($n = 1$) relie $f(x)$ et $f'(x)$ et une *équation différentielle du deuxième ordre* ($n = 2$) relie $f(x)$, $f'(x)$ et $f''(x)$.
- On dit que l'équation différentielle est linéaire si la fonction F est linéaire, c'est à dire est de la forme $F\left(f(x), f'(x), f''(x), f^{(3)}(x), \dots f^{(n)}(x)\right) = b + a_0 f(x) + a_1 f'(x) + a_2 f''(x) + a_3 f^{(3)}(x) + \dots + a_n f^{(n)}(x)$. Dans le cas général, b, a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n sont des fonctions de x. La fonction $b(x)$ s'appelle le *second membre*. Si $b(x) = 0$, on dit que l'équation est *homogène* ou *sans second membre*. Si les coefficients a_0, a_1, a_2, a_3, ..., a_n sont constants, on parle d'*équation différentielle linéaire à coefficients constants.*

Résolution des équations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants :

- Une équation différentielle de ce type s'écrit ($f(x)$ est la fonction recherchée) :

$$af(x) + bf'(x) = g(x)\,,$$

où a et b sont des constantes et $g(x)$ est une fonction connue. On suppose dans la suite que $b \neq 0$ (sinon ce n'est pas une équation différentielle). La méthode de résolution est en trois étapes.
- *(1) Résolution de l'équation sans second membre.* L'équation homogène s'écrit $af(x) + bf'(x) = 0$.
La solution générale $f_0(x)$ est de la forme $f_0(x) = Ke^{-\frac{a}{b}x}$,
où K est une *constante d'intégration* qu'il faudra déterminer à l'étape (3).
- *(2) Recherche d'une solution particulière.* On recherche $f_*(x)$ une solution particulière de l'équation différentielle avec second membre. Contrairement à $f_0(x)$, la solution particulière doit être entièrement déterminée, sans paramètre libre. La recherche de $f_*(x)$ est la partie délicate de la résolution. Il y a des cas simples, rencontrés dans ce cours :

On commence le chapitre 4 !

CHAPITRE 4

Des systèmes qui évoluent dans le temps et l'espace

x(t)

4.1 Cinématique

4.1.1 Solide, centre d'inertie d'un solide, point matériel

4.1.2 Relativité du mouvement et référentiels

4.1.3 Repère, position, vitesse, accélération

4.1.4 Référentiels en mouvement relatifs

4.2 Dynamique : les lois du mouvement et de l'équilibre

4.2.1 Principes fondamentaux, forces

4.2.2 Application du PFD : intégration des équations du mouvement

4.2.3 L'équilibre

4.2.4 Conservation de la quantité de mouvement, collisions

4.3 Dynamique : le point de vue énergétique

4.3.1 Théorème de l'énergie cinétique – Puissance et travail d'une force

4.3.2 Énergie

4.3.3 Conservation de l'énergie mécanique

4.3.4 Paysages énergétiques

1. CINÉMATIQUE

Du grec ancien kinematikos (« mouvement ») :

Etude du mouvement,

sans se soucier des causes qui le provoquent

Position, vitesse, accélération

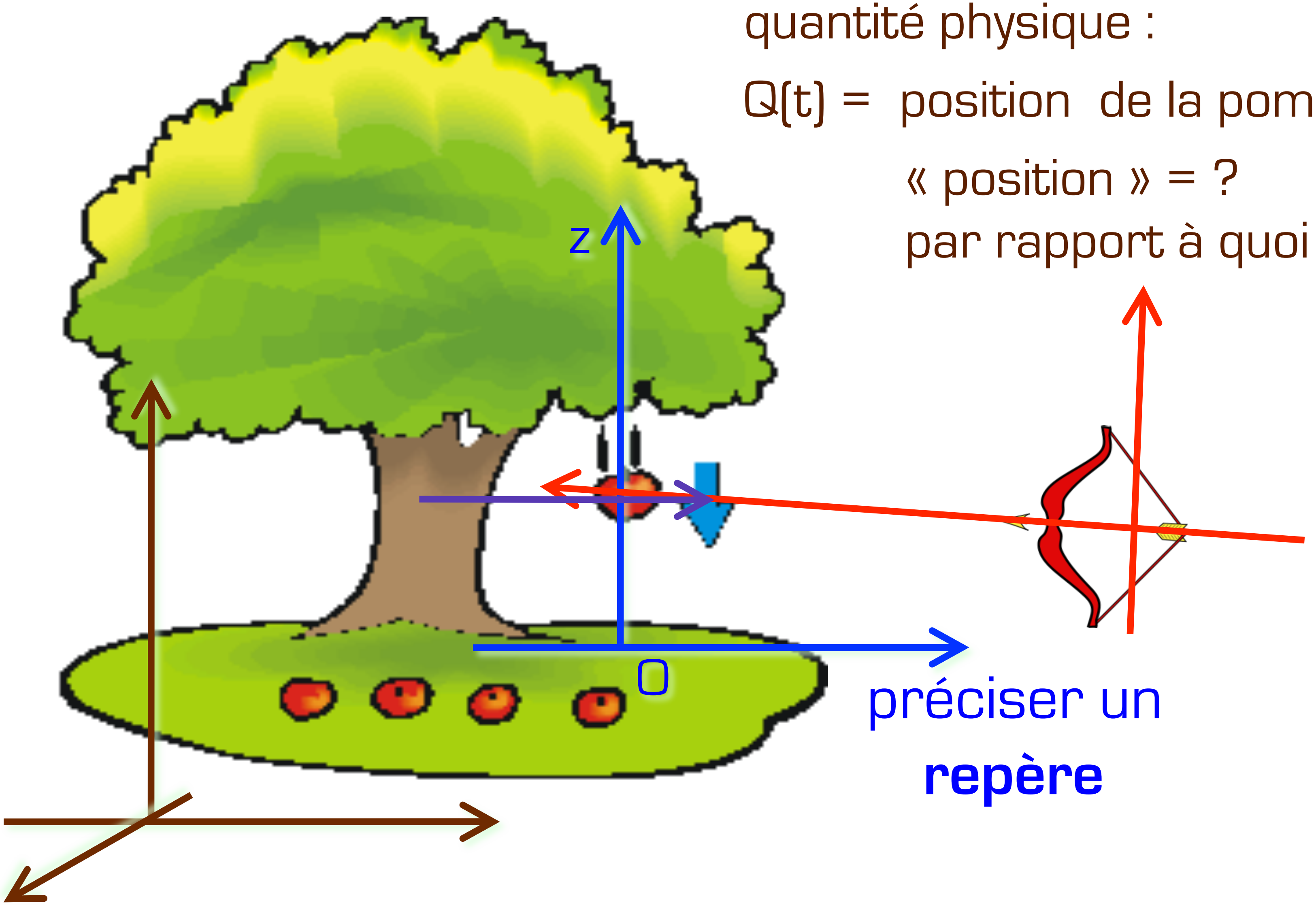
Exemple : la chute d'une pomme

quantité physique :

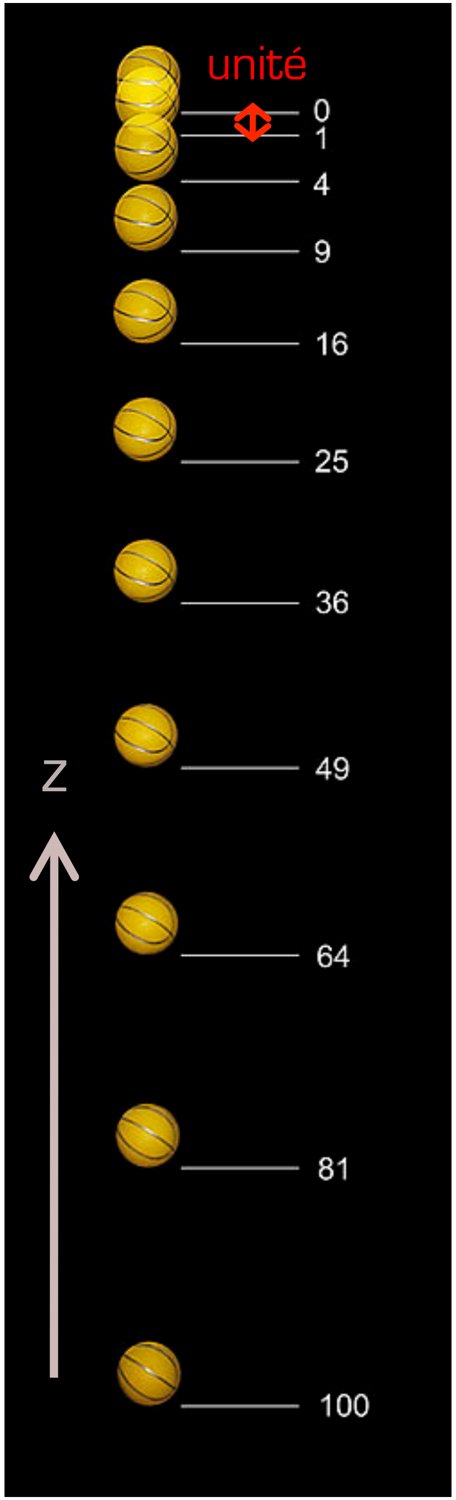
Q(t) = position de la pomme

« position » = ?

par rapport à quoi ?



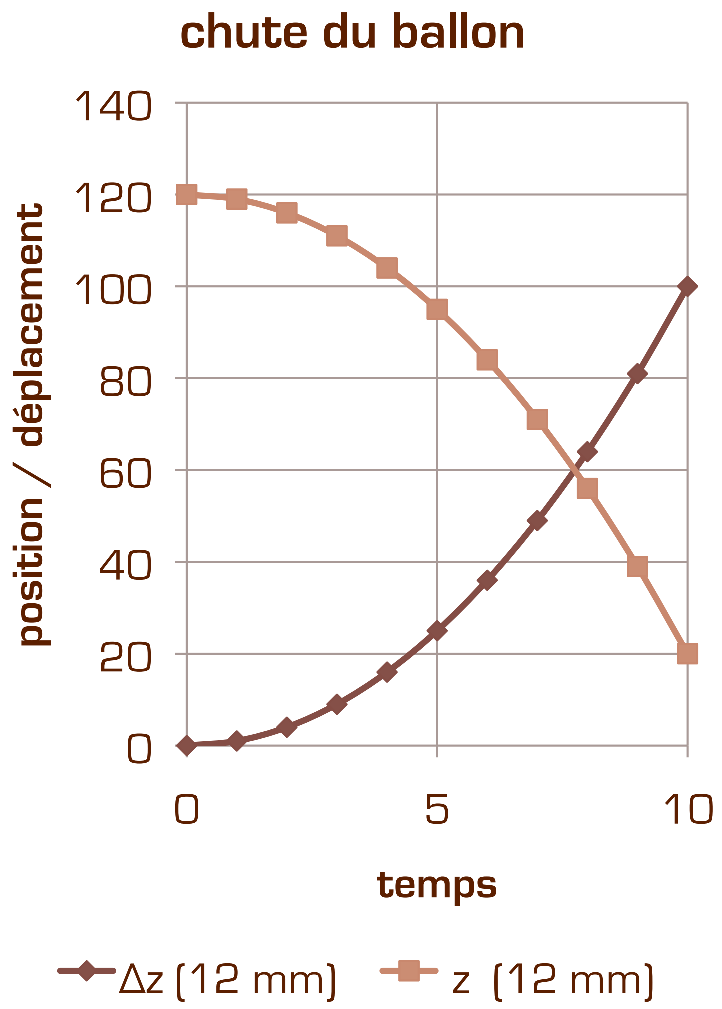
préciser un **repère**



Chute d'un objet

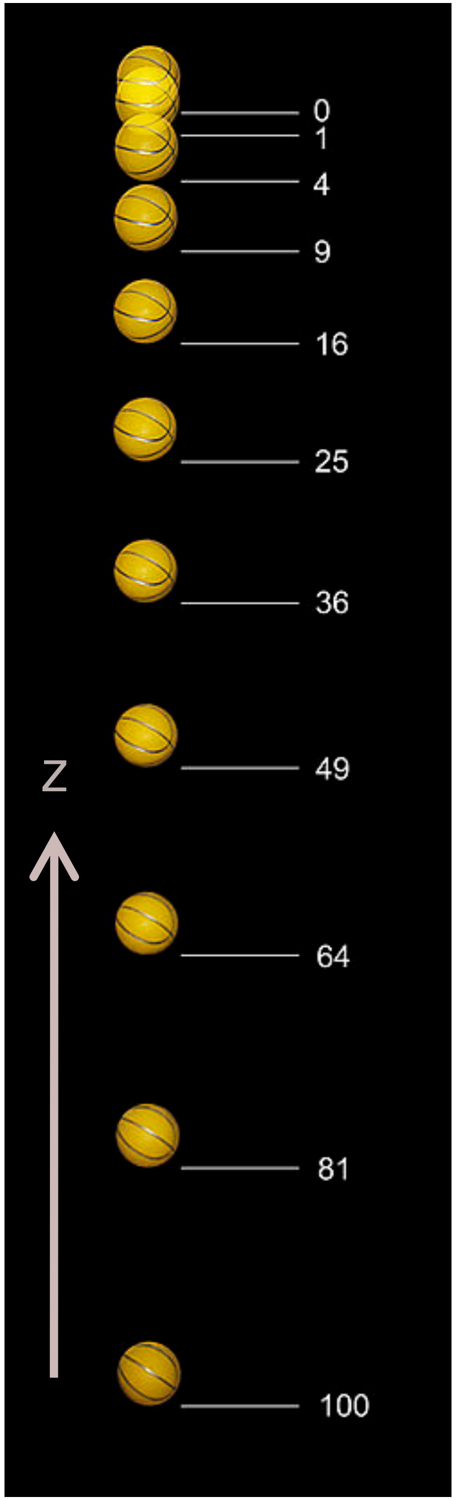
image stroboscopique (20 images/s)

t (1/20 s)	z(t)-z(0) (12 mm)	z (12 mm)
0	0	120
1	1	119
2	4	116
3	9	111
4	16	104
5	25	95
6	36	84
7	49	71
8	64	56
9	81	39
10	100	20



Chute d'un objet

image stroboscopique (20 images/s)

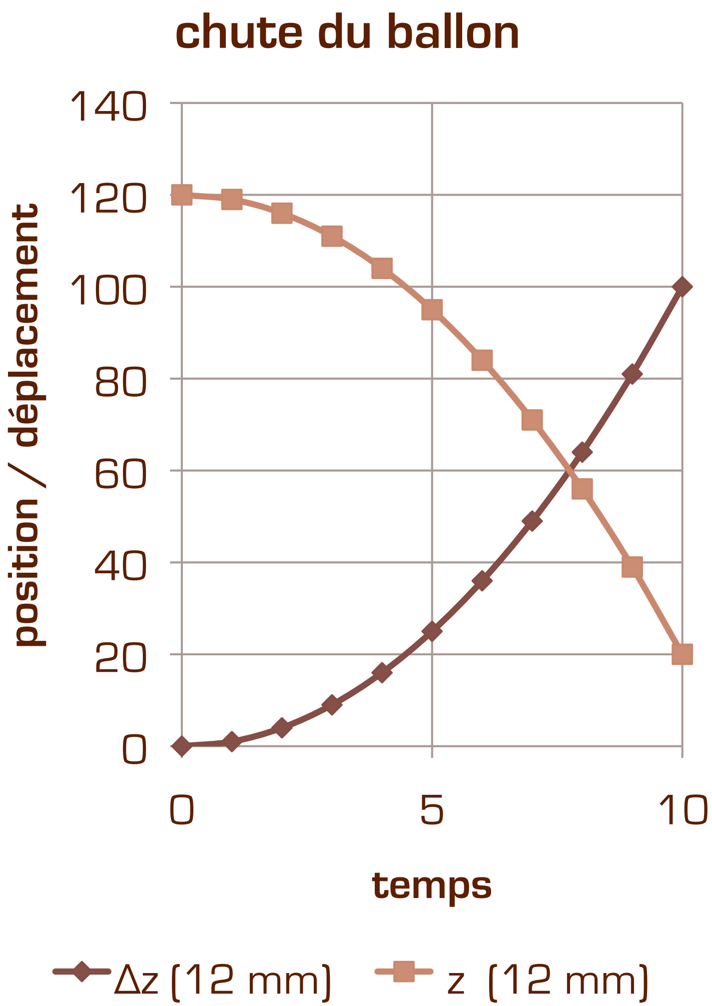


Position :

$\Delta z(t) = c\, t^2$

$z(t) = z_0 - c\, t^2$

loi d'évolution **quadratique**



Décrire le mouvement :

vitesse

1. dérivée

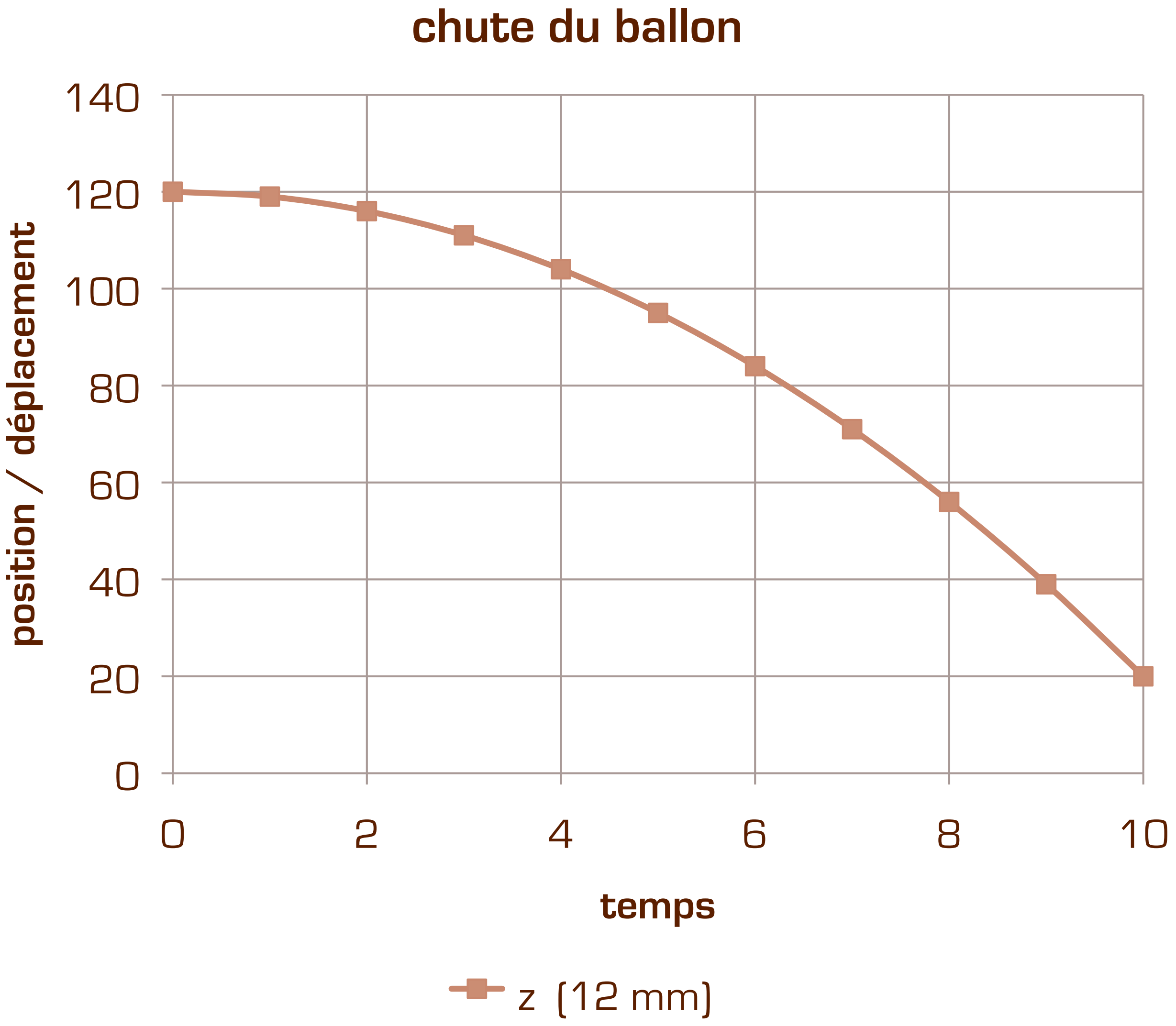
Si $z(t) = z_0 - c\, t^2$

alors $v_z(t) = - 2ct$:

vitesse instantanée

linéaire en t

$[v_z] = LT^{-1}$

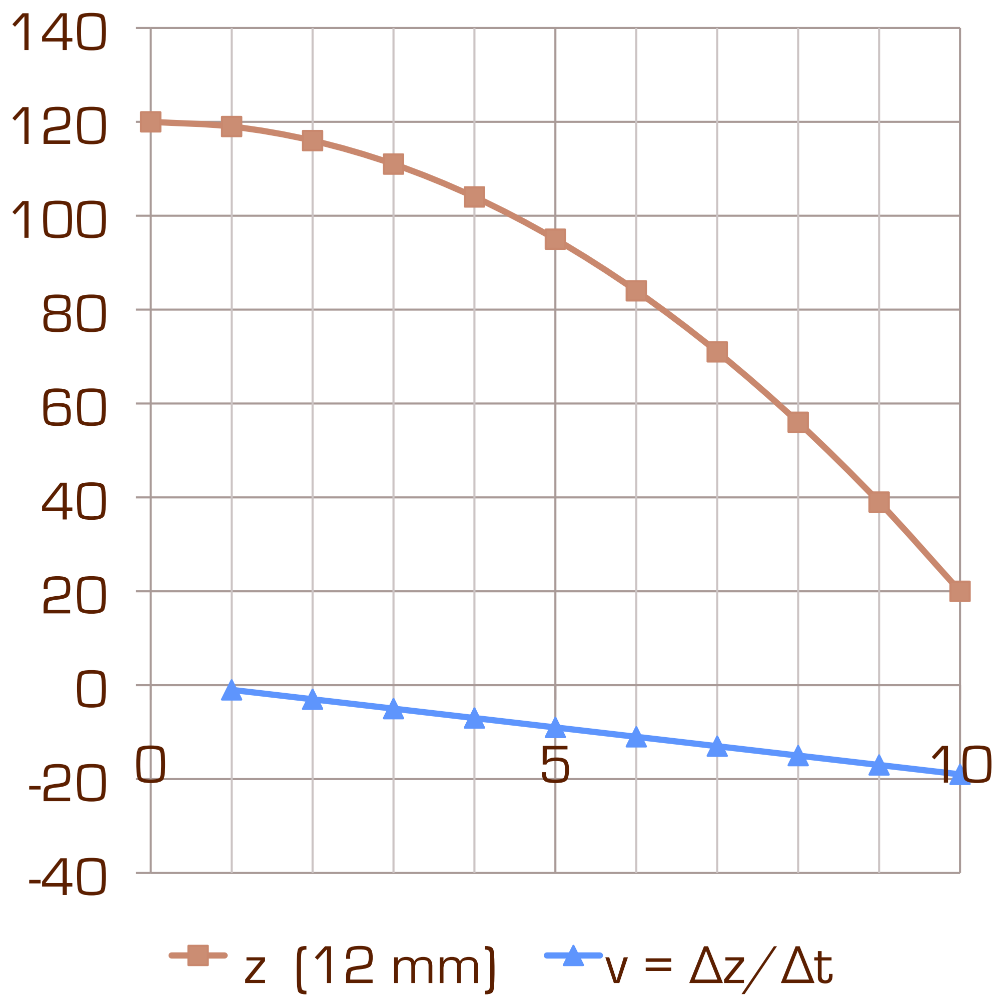


Décrire le mouvement :

vitesse

2. dérivée approchée : $\Delta z / \Delta t$

t (1/20 s)	**z** (12 mm)	$v_z = \Delta z / \Delta t = z_2 - z_1 / \Delta t$
0	120	
1	119	-1
2	116	-3
3	111	-5
4	104	-7
5	95	-9
6	84	-11
7	71	-13
8	56	-15
9	39	-17
10	20	-19



Décrire le mouvement :

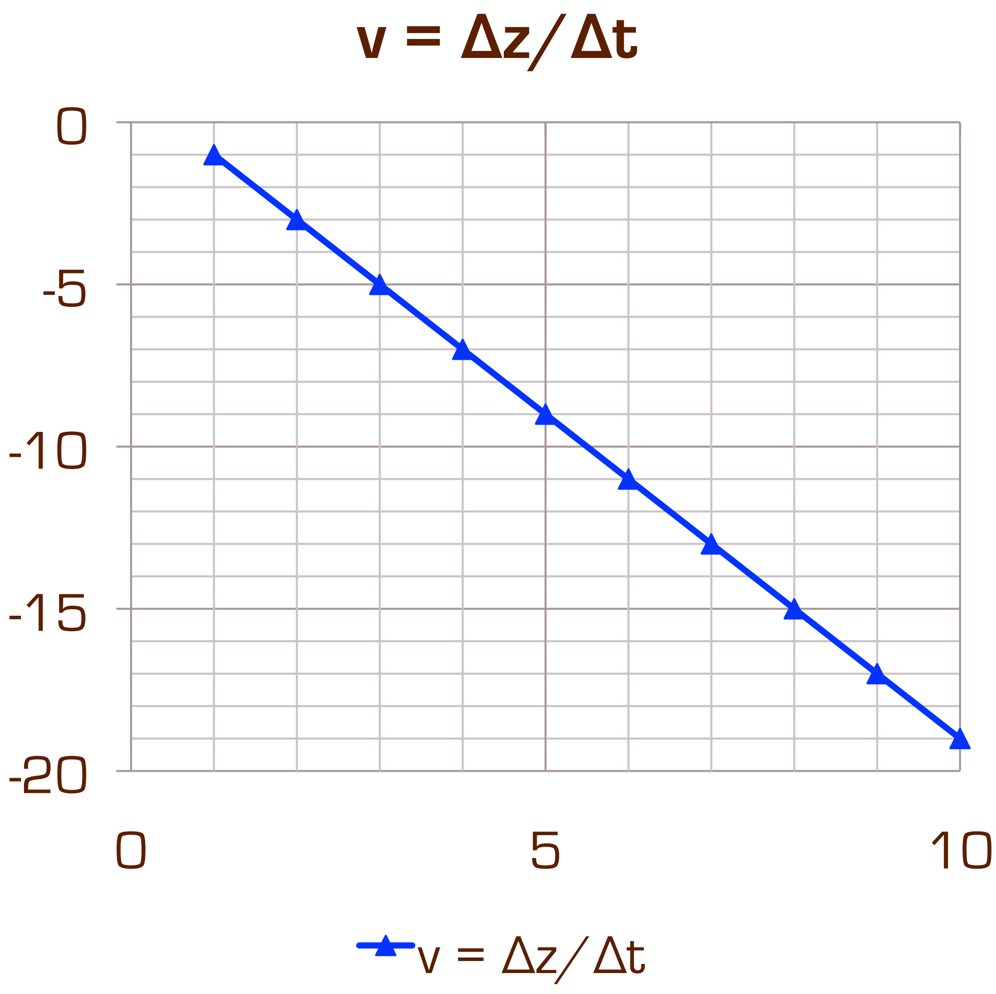
accélération

1. **dérivée :** $\Delta v_z / \Delta t$

$v_z(t) = - 2\ c\ t$

$a_z(t) = - 2c$

$[a_z] = LT^{-2}$

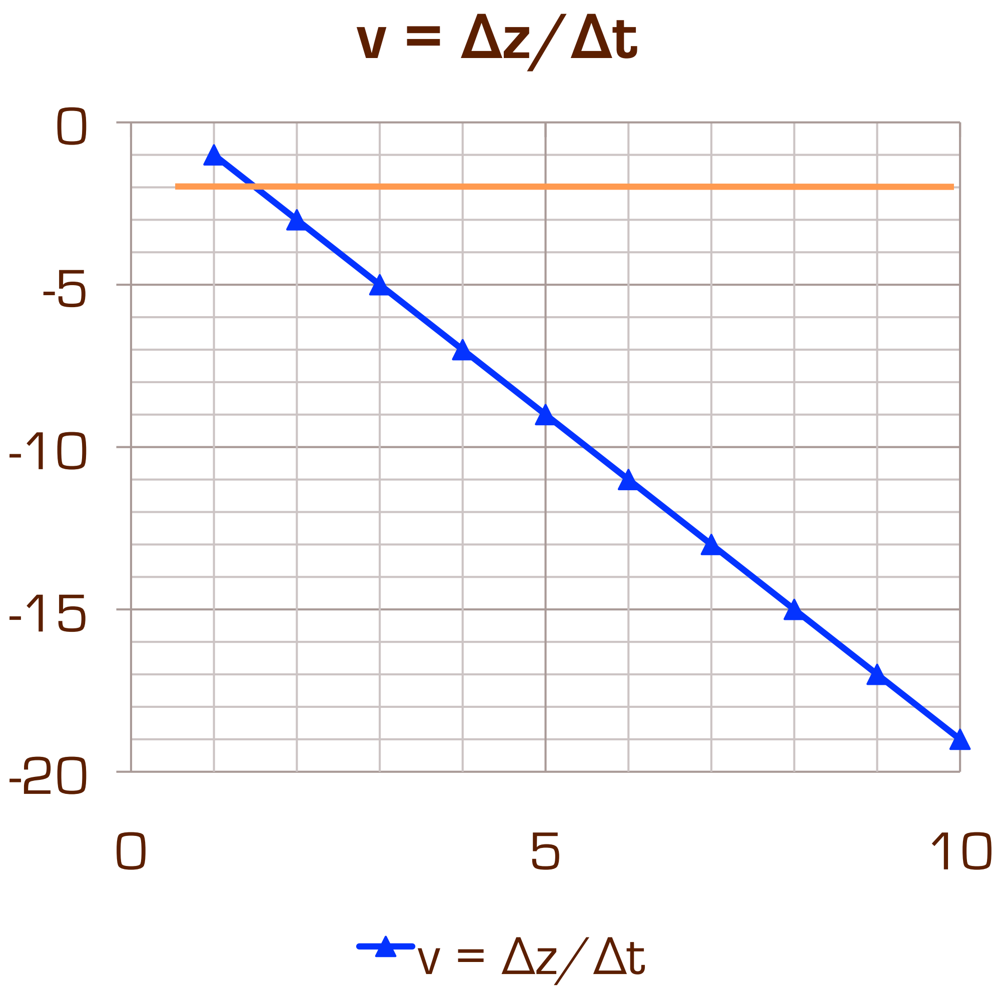


Décrire le mouvement :

accélération

2. dérivée approchée : Δz/Δt

t	z	v = z_2-z_1/Δt	a = v2-v1/Δt
0	120		
1	119	-1	
2	116	-3	-2
3	111	-5	-2
4	104	-7	-2
5	95	-9	-2
6	84	-11	-2
7	71	-13	-2
8	56	-15	-2
9	39	-17	-2
10	20	-19	-2



En conclusion :

2. Définition de vitesse et accélération (1D)

$x(t)$ = position

$v(t) = dx/dt$ = vitesse

$a(t) = dv/dt = d^2x/dt^2$ = accélération

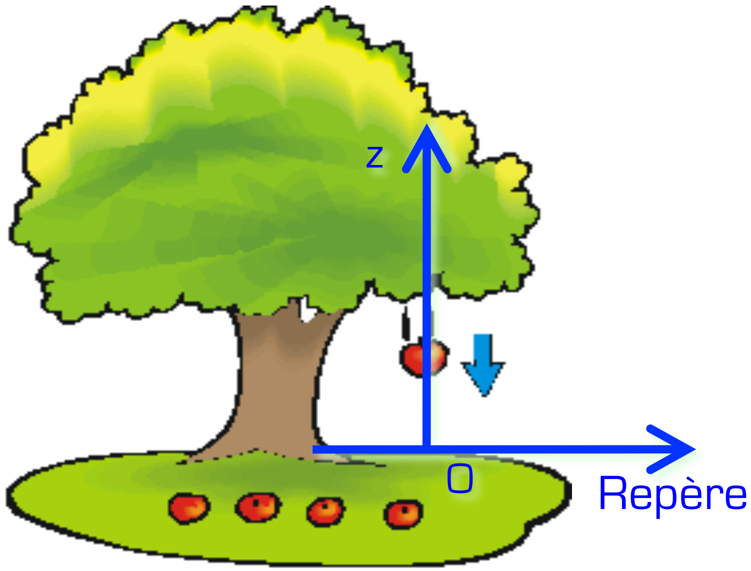
1. Mouvement rectiligne uniformément accéléré

$x(t) = x_0 + \frac{1}{2}\, a\, t^2$

$v_x(t) = a\, t$

$a_x(t) = a$

(cas de la chute libre : $a = -g$)

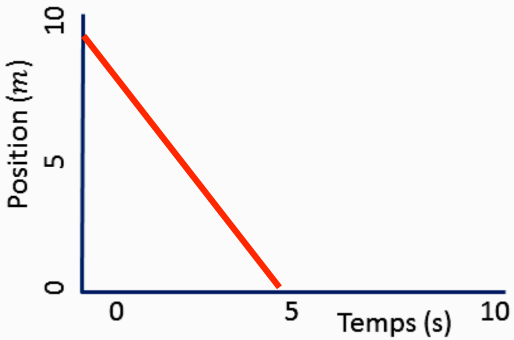


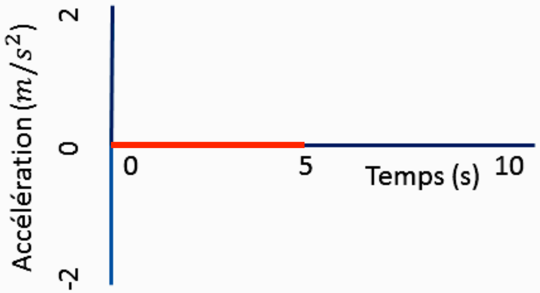
heure R

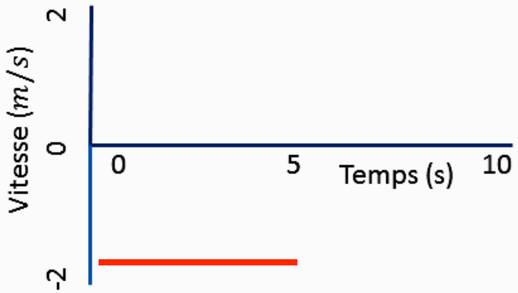
aujourd’hui vous pouvez travailler en binôme

Description du mouvement :

Avancer vers le détecteur à vitesse constante







Question Flash Card

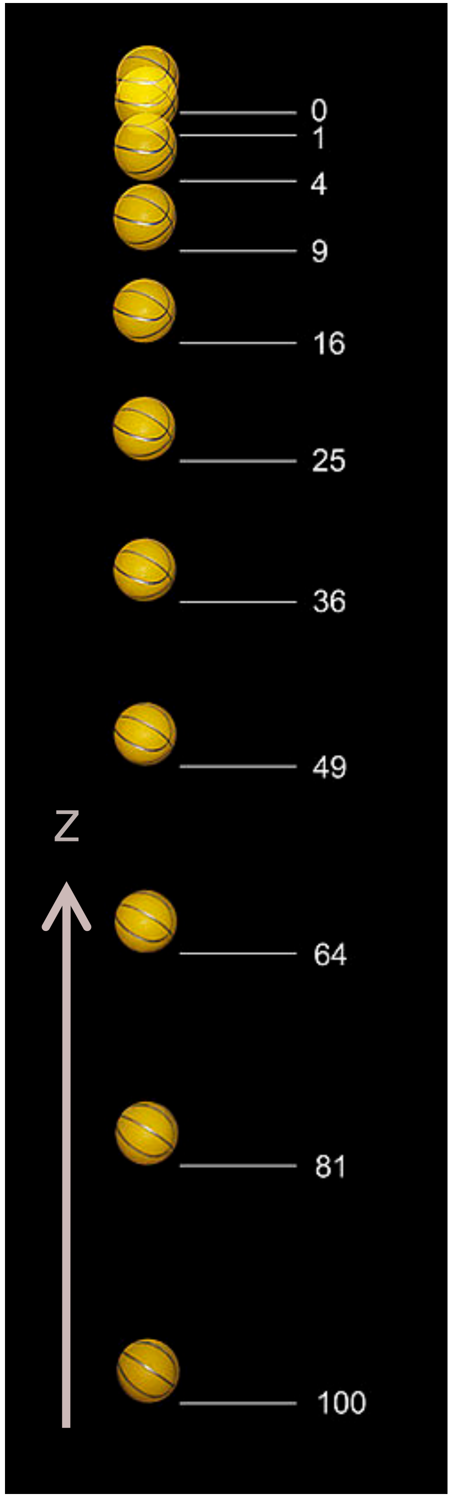
$$z(t) = z_0 - \frac{1}{2} g t^2$$
$$v(t) = -gt$$
$$a(t) = -g$$

pour la chute libre dans le champ de la pesanteur.

Tout au long de la chute, le ballon

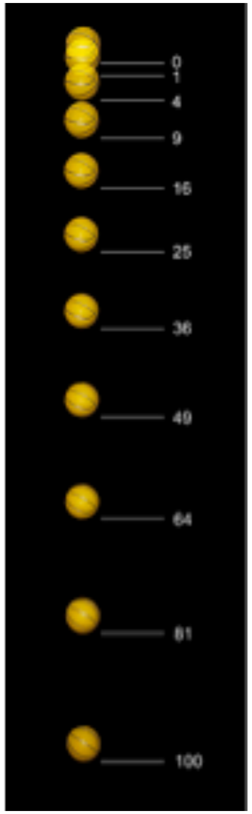
A ACCÉLÈRE ?

B DÉCÉLÈRE ?



vitesse et accélération : grandeurs algébriques

z



z diminue

$\Delta z < 0$

$v < 0$

$v < 0$ et $|v|$ augmente

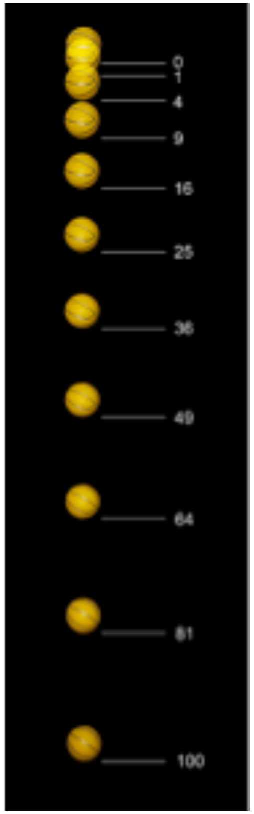
$\Delta v = v(t+\Delta t) - v(t)$

$= -|v(t+\Delta t)| + |v(t)| < 0$

$a < 0$

(et a=cte car Δv=cte)

z



z augmente

$\Delta z > 0$

$v > 0$

$v > 0$ et $|v|$ augmente

$\Delta v = v(t+\Delta t) - v(t) > 0$

$a > 0$

(et a=cte car Δv=cte)

1) ont un signe qui indique le sens de leur variation

2) le signe dépend du choix du repère

3) si a et v ont le même signe, accélération

Question Flash Card

Si la balle rebondit, elle monte puis elle descend.

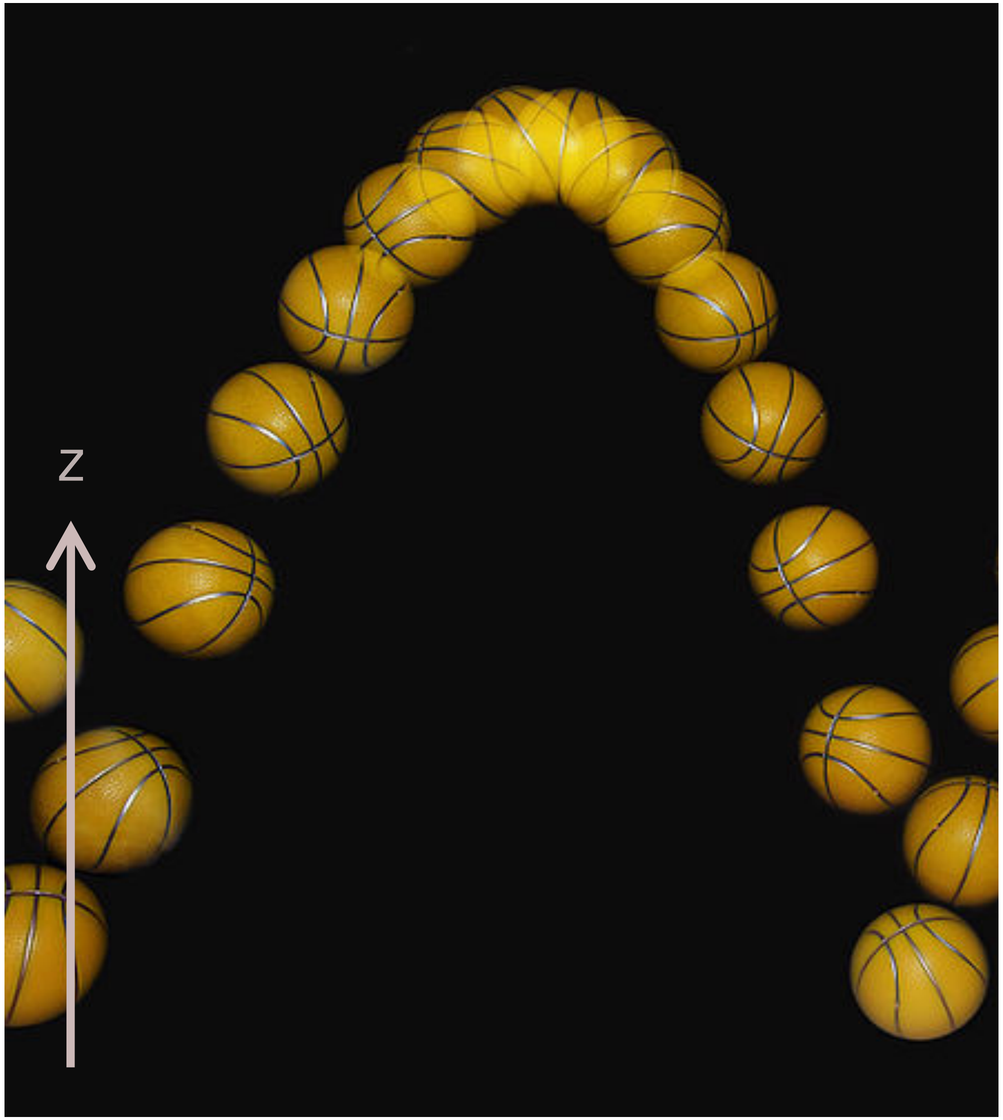
(1) Pendant la montée
(on ne regarde que le mouvement vertical) :

A $v > 0, \quad a > 0$

B $v > 0, \quad a < 0$

C $v < 0, \quad a > 0$

D $v < 0, \quad a < 0$



Question Flash Card

Si la balle rebondit, elle monte puis elle descend.

(2) Pendant la descente

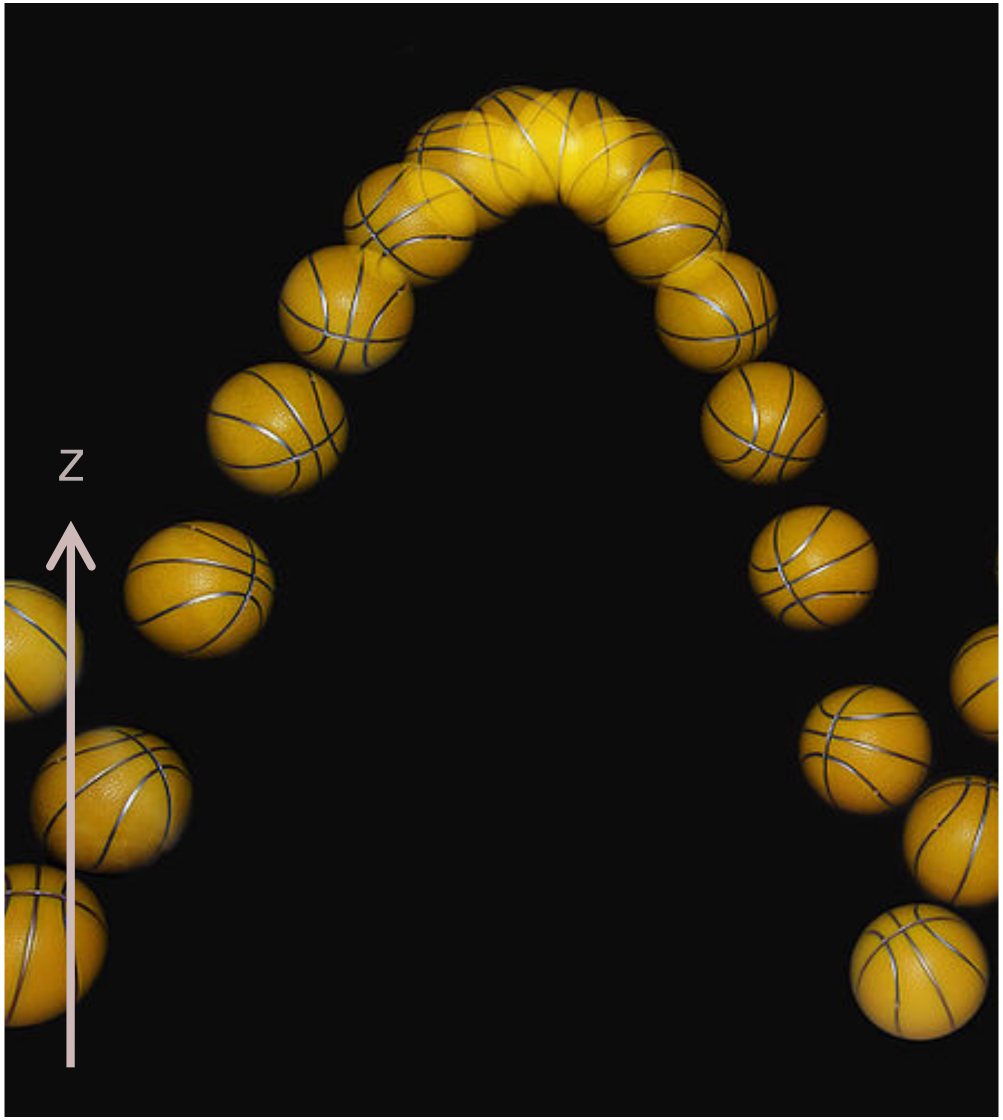
(on ne regarde que le mouvement vertical) :

A $v > 0, \quad a > 0$

B $v > 0, \quad a < 0$

C $v < 0, \quad a > 0$

D $v < 0, \quad a < 0$



Question Flash Card

Si la balle rebondit, elle monte puis elle descend.

(3) Au sommet

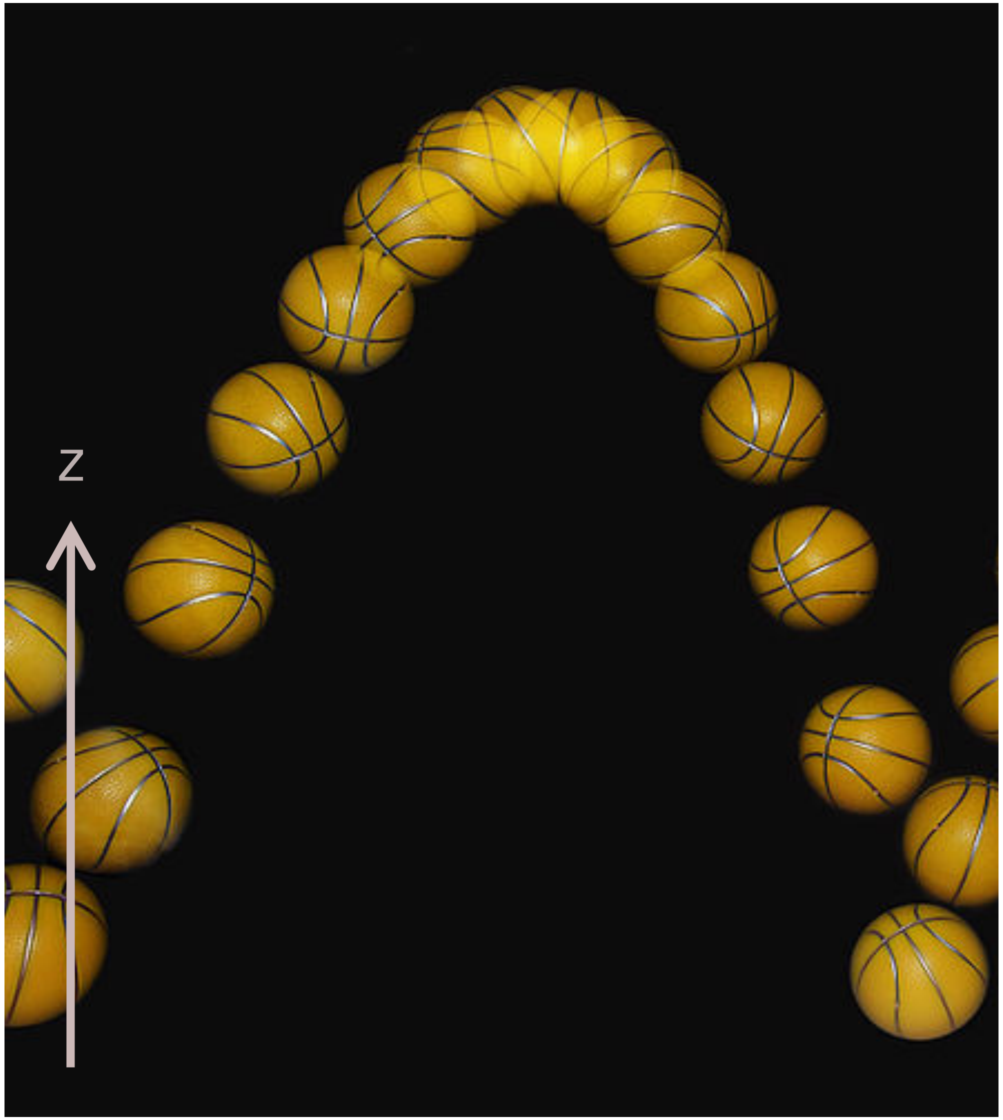
(on ne regarde que le mouvement vertical) :

A $v = 0, \quad a \neq 0$

B $v = 0, \quad a = 0$

C $v \neq 0, \quad a \neq 0$

D $v \neq 0, \quad a = 0$



suite – Référentiels et repères

Film :

fin