

D. Stauffer H.E. Stanley A. Lesne

De Newton à Mandelbrot :  
Physique fondamentale à l'usage  
des étudiants

July 19, 1999

Springer-Verlag

Berlin Heidelberg New York

London Paris Tokyo

Hong Kong Barcelona

Budapest



---

## Avant-propos

Ce livre a déjà une longue histoire, puisque la version initiale allemande, centrée autour des quatre piliers de la physique que sont la mécanique classique, l'électrodynamique, la mécanique quantique et la mécanique statistique (chapitres 2 à 5) a été publiée en 1989. Il effectua ensuite un voyage outre-Atlantique, pour s'enrichir des beautés des fractales (chapitre 7). La version française a gagné, outre un auteur supplémentaire, de nouveaux chapitres et appendices, certains suivant de près les dernières avancées de la physique théorique et achevant d'en donner un panorama le plus complet possible.

Ce livre s'adresse à tout lecteur, pas nécessairement physicien ni théoricien, souhaitant trouver dans un seul volume de taille raisonnable un aperçu substantiel des principaux domaines de la physique moderne et comprendre la façon dont ils s'ordonnent et s'articulent les uns aux autres. Il est plus particulièrement conçu comme un compagnon de route pour les étudiants et, nous l'espérons, comme un support pédagogique. Il devrait être un guide apprécié des agrégatifs et des futurs enseignants. Nous nous sommes efforcés de toujours partir du niveau le plus élémentaire possible, en rappelant les notions de base, en particulier mathématiques, intervenant dans les raisonnements. Ce livre fournit un ensemble de points de repère jalonnant le cours de physique depuis la première année après le baccalauréat jusque bien au-delà : l'un de nos souhaits est qu'il n'y ait pas de borne supérieure. C'est pourquoi nous proposons de nombreuses ouvertures vers des chapitres plus avancés ou des problèmes ouverts et relevant encore du domaine de la recherche. Un autre de nos souhaits serait que la lecture de cet ouvrage oriente l'étudiant dans le choix de ses enseignements et pousse le lecteur à approfondir les notions qu'il a ici découvertes, en se reportant à des ouvrages spécialisés (par exemple ceux indiqués en bibliographie à la fin de chaque chapitre).

Chaque chapitre s'achève par une liste de « Questions » permettant au lecteur de tester s'il a bien assimilé les connaissances exposées dans le chapitre. Des « Problèmes » suivent, en nombre bien sûr insuffisant pour acquérir la maîtrise opératoire des notions et résultats du chapitre (un livre d'exercices de taille au moins équivalente à celui-ci serait nécessaire). Leur but est de présenter le type de problèmes que les résultats du chapitre permettent de résoudre et de motiver le lecteur à se reporter à n'importe quel bon

livre d'exercices ... et à faire ceux proposés par ses enseignants. Un corrigé succinct des questions est proposé à la fin de l'ouvrage.

Ce livre comprend des programmes permettant de s'initier à l'utilisation des outils numériques et de percevoir leur immense intérêt en physique théorique, que ce soit pour obtenir une solution approchée d'équations impossibles à résoudre analytiquement, pour effectuer des calculs impliquant trop d'étapes et trop de variables pour être faits « à la main », ou pour simuler directement des systèmes physiques à l'échelle microscopique. Ces programmes sont écrits en BASIC. L'accent est ici mis sur l'algorithme, squelette logique du programme, bien plus que sur la programmation proprement dite. Nous conseillons vivement au lecteur de se reporter aux expériences numériques conçues par Anna Umansky et Serguey Buldyrev et accessibles sur le site Web suivant : <http://polymer.bu.edu> . Comme les programmes que nous proposons, elles lui permettront de se familiariser visuellement avec les idées présentées plus abstraitement dans le texte, de tester son intuition et d'améliorer aussi bien son raisonnement que son sens physique.

Enfin, le parti pris de n'aborder que les aspects théoriques ne doit pas être suivi par l'étudiant. Nous ne saurions trop l'encourager, si ce n'est pas déjà la première de ses priorités, à compléter sa formation par des travaux pratiques, des stages en laboratoires et en consultant des ouvrages et articles de physique expérimentale.

Nous remercions B. Jorgensen pour sa contribution aux premiers paragraphes du chapitre 6, ainsi que A. Armstrong, A. Coniglio, F.W. Eicke, F.W. Hehl, J. Hajdu, K.W. Kehr, J. Kertesz, A. Margolina, E.W. Mielke, J. Potvin, H. Rollnik, R. Selinger, P. Trunfio, D. Wingert, D.E. Wolf et tous les étudiants – en particulier L. Jaeger – qui nous ont aidé de leurs avis. Nous remercions G. Daccord pour nous avoir fourni les planches 7 et 8, F. Family pour les planches 1 et 15, A.D. Fowler pour la planche 3, R. Lenormand pour la planche 11, P. Meakin pour la planche 14 (reprise en couverture), J. Nittman pour la planche 13, U. Oxaal pour la planche 10, A. Skjeltorp pour les planches 4, 9 et 16, K.R. Sreenivasan pour la planche 5, R.H.R. Stanley pour la planche 2 et P. Trunfio pour les planches 6 et 12.

La version française a bénéficié des critiques constructives de J. Duran, B. Guillot, P. Sotta, J.M. Victor et de l'aide de P. Viot pour les figures délicates.

Nous serions heureux que les lecteurs nous communiquent leurs commentaires, leurs suggestions, leurs questions ainsi que les (in)évitables erreurs qu'ils pourraient relever dans le texte ou les formules ([lesne@lptl.jussieu.fr](mailto:lesne@lptl.jussieu.fr)).

Cologne  
Boston  
Paris, Juillet 1999

*Dietrich Stauffer*  
*H. Eugene Stanley*  
*Annick Lesne*

# Table des matières

<b>1. Introduction</b> .....	1
1.1 Des théories unificatrices .....	3
1.2 Des notions et des méthodes communes .....	5
1.3 Quelques étapes historiques .....	7
<b>2. Mécanique classique</b> .....	9
2.1 Mécanique du point .....	9
2.1.1 Notions de base de la mécanique et de la cinématique .	9
2.1.2 Le principe fondamental de la dynamique de Newton .	12
2.1.3 Quelques applications simples du principe de Newton .	15
2.1.4 Oscillateur harmonique à une dimension .....	23
2.2 Mécanique d'un système de masses ponctuelles .....	29
2.2.1 Les dix lois de conservation .....	30
2.2.2 Le problème à deux corps .....	32
2.2.3 Forces de contraintes et principe de d'Alembert .....	33
2.3 Mécanique Lagrangienne .....	38
2.3.1 Le Lagrangien (ou fonction de Lagrange) .....	38
2.3.2 L'Hamiltonien (ou fonction de Hamilton) .....	40
2.3.3 Approximation harmonique pour les petites oscillations	42
2.4 Mécanique des objets solides .....	48
2.4.1 Cinématique et tenseur d'inertie .....	48
2.4.2 Equations du mouvement .....	53
2.5 Mécanique des milieux continus .....	59
2.5.1 Notions de base .....	59
2.5.2 Déformations, contraintes et loi de Hooke .....	65
2.5.3 Ondes dans un milieu continu isotrope .....	68
2.5.4 Hydrodynamique (mécanique des fluides) .....	69
2.6 Bibliographie .....	81
2.7 Questions .....	81
2.8 Problèmes .....	82

<b>3. Electromagnétisme</b>	85
3.1 Electromagnétisme dans le vide	85
3.1.1 Champs stationnaires	85
3.1.2 Equations de Maxwell et potentiel-vecteur	91
3.1.3 Densité d'énergie d'un champ électromagnétique	92
3.1.4 Ondes électromagnétiques	93
3.1.5 Transformation de Fourier	95
3.1.6 Equation d'onde avec second membre	96
3.1.7 Applications	98
3.2 Electromagnétisme dans la matière	102
3.2.1 Les équations de Maxwell dans la matière	102
3.2.2 Propriétés de la matière	104
3.2.3 Equation de propagation dans la matière	106
3.2.4 Electrostatique	107
3.3 Théorie de la relativité	111
3.3.1 La transformation de Lorentz	112
3.3.2 Electrodynamique relativiste	116
3.3.3 Energie, masse et impulsion	118
3.4 Bibliographie	120
3.5 Questions	120
3.6 Problèmes	121
<b>4. Mécanique quantique</b>	123
4.1 Concepts de base	123
4.1.1 Introduction	123
4.1.2 Fondements mathématiques	125
4.1.3 Les axiomes de base de la mécanique quantique	126
4.1.4 Quelques opérateurs usuels	129
4.1.5 Le Principe d'Incertitude de Heisenberg	130
4.2 L'équation de Schrödinger	132
4.2.1 L'équation fondamentale	132
4.2.2 Longueur de pénétration	133
4.2.3 Effet tunnel	135
4.2.4 L'approximation quasi-classique WKB	136
4.2.5 Etats libres et liés dans un puits de potentiel	137
4.2.6 Oscillateur harmonique	139
4.3 Moment cinétique et structure de l'atome	141
4.3.1 L'opérateur « moment cinétique » $\mathbf{L}$	142
4.3.2 Fonctions propres de $L^2$ et $L_z$	142
4.3.3 L'atome d'hydrogène	143
4.3.4 Structure atomique et classification périodique des éléments	147
4.3.5 Indiscernabilité	149
4.3.6 Interaction d'échange et liaison homopolaire	150
4.3.7 Travail et chaleur en mécanique quantique	153

4.4	Théorie perturbative et diffusion . . . . .	154
4.4.1	Théorie perturbative stationnaire . . . . .	154
4.4.2	Théorie perturbative dépendant du temps . . . . .	156
4.4.3	Diffusion et (première) approximation de Born . . . . .	158
4.5	Bibliographie . . . . .	160
4.6	Questions . . . . .	160
4.7	Problèmes . . . . .	161
<b>5.</b>	<b>Mécanique statistique . . . . .</b>	<b>163</b>
5.1	Distributions de probabilité et entropie . . . . .	164
5.1.1	L'ensemble canonique . . . . .	164
5.1.2	Entropie, énergie libre et quelques autres axiomes . . . . .	169
5.1.3	Ensembles statistiques autres que l'ensemble canonique . . . . .	174
5.2	Thermodynamique à l'équilibre . . . . .	177
5.2.1	Grandeurs thermodynamiques et transformations . . . . .	179
5.2.2	Le premier principe . . . . .	182
5.2.3	Le second principe et les potentiels thermodynamiques . . . . .	186
5.2.4	Relations thermodynamiques . . . . .	189
5.2.5	Rendement d'un cycle de Carnot . . . . .	191
5.2.6	Equilibre entre plusieurs phases, inégalité de Clausius et relation de Clapeyron . . . . .	194
5.2.7	Loi d'action de masse pour les gaz . . . . .	201
5.2.8	Lois d'Henry, de Raoult et de Van't Hoff . . . . .	202
5.2.9	La détente de Joule-Thomson . . . . .	205
5.3	Physique statistique . . . . .	207
5.3.1	Distributions de Fermi et de Bose . . . . .	207
5.3.2	Limite classique $\beta\mu \rightarrow -\infty$ . . . . .	210
5.3.3	Loi d'équipartition classique . . . . .	212
5.3.4	Gaz de Fermi idéal aux basses températures $\beta\mu \rightarrow +\infty$ . . . . .	213
5.3.5	Gaz de Bose idéal aux basses températures $\beta\mu \rightarrow 0$ . . . . .	216
5.3.6	Vibrations et chaleur spécifique . . . . .	219
5.3.7	Développement du viriel pour les gaz réels . . . . .	220
5.3.8	Equation de Van der Waals . . . . .	221
5.3.9	Propriétés magnétiques de spins localisés . . . . .	223
5.3.10	Théorie d'échelle . . . . .	230
5.4	Bibliographie . . . . .	232
5.5	Questions . . . . .	233
5.6	Problèmes . . . . .	233
<b>6.</b>	<b>Systèmes dynamiques et chaos . . . . .</b>	<b>235</b>
6.1	Cadre et notions de base . . . . .	235
6.1.1	Espace de phase . . . . .	235
6.1.2	Systèmes dynamiques en temps continu . . . . .	236
6.1.3	Flots et portraits de phase . . . . .	237
6.1.4	Qu'apporte la théorie des systèmes dynamiques ? . . . . .	238

6.1.5	Exemples concrets . . . . .	238
6.2	Points fixes et analyse linéaire de stabilité . . . . .	241
6.2.1	Points fixes et matrices de stabilité . . . . .	241
6.2.2	Le théorème de redressement du flot . . . . .	242
6.2.3	Les différents types de points fixes . . . . .	243
6.2.4	Construction du portrait de phase . . . . .	245
6.2.5	Application : oscillateurs anharmoniques . . . . .	247
6.2.6	Origine des bifurcations . . . . .	251
6.3	Attracteurs, bifurcations et formes normales . . . . .	251
6.3.1	Attracteurs . . . . .	251
6.3.2	Systèmes conservatifs et systèmes dissipatifs . . . . .	253
6.3.3	Les différents types de bifurcations . . . . .	253
6.3.4	Formes normales et stabilité structurelle . . . . .	254
6.4	Systèmes dynamiques discrets . . . . .	255
6.4.1	Equations d'évolution en temps discret . . . . .	255
6.4.2	Analyse linéaire de stabilité . . . . .	256
6.4.3	Attracteurs et bifurcations . . . . .	257
6.4.4	Discrétisation : les « sections de Poincaré » . . . . .	257
6.5	Exposants de Lyapounov et chaos déterministe . . . . .	258
6.5.1	Exposants de Lyapounov . . . . .	258
6.5.2	Chaos déterministe . . . . .	260
6.5.3	Théorie ergodique . . . . .	261
6.6	Scénarios vers le chaos . . . . .	262
6.6.1	Doublage de période et cascade sous-harmonique . . . . .	263
6.6.2	L'intermittence . . . . .	264
6.6.3	Le scénario de Ruelle et Takens . . . . .	265
6.6.4	Systèmes Hamiltoniens et théorème KAM . . . . .	266
6.7	Conclusion . . . . .	268
6.8	Bibliographie . . . . .	269
6.9	Problèmes . . . . .	269
<b>7.</b>	<b>Structures fractales en physique théorique . . . . .</b>	<b>271</b>
7.1	Fractales déterministes . . . . .	272
7.2	Fractales aléatoires : exemple de la marche aléatoire . . . . .	275
7.2.1	La marche aléatoire sans biais . . . . .	276
7.2.2	Une unique longueur caractéristique . . . . .	278
7.2.3	Equations fonctionnelles et lois d'échelle temporelles . . . . .	280
7.2.4	Dimension fractale de la marche aléatoire non biaisée . . . . .	281
7.2.5	Classes d'universalité et paramètres essentiels . . . . .	281
7.2.6	Distributions de probabilité . . . . .	284
7.2.7	Densités de probabilité et équations maîtresses . . . . .	287
7.3	Lois d'échelle et équations fonctionnelles . . . . .	288
7.4	Milieux aléatoires et percolation . . . . .	291
7.4.1	Les modèles de percolation . . . . .	291
7.4.2	Lois d'échelle pour les amas de percolation . . . . .	294

7.4.3	Etude par renormalisation du seuil de percolation . . . .	296
7.5	Champ moyen et dimension critique . . . . .	299
7.6	Croissance fractale . . . . .	305
7.7	Les fractales naturelles . . . . .	308
7.8	Bibliographie . . . . .	312
<b>8.</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>313</b>
8.1	Economie et finance . . . . .	313
8.2	Biologie . . . . .	315
8.2.1	Bio-polymères . . . . .	315
8.2.2	ADN . . . . .	316
8.2.3	Repliement des protéines . . . . .	316
8.2.4	Aspects dynamiques . . . . .	317
8.2.5	Et aussi . . . . .	318
8.3	Perspectives et défis en physique théorique . . . . .	318
8.3.1	Les milieux désordonnés . . . . .	319
8.3.2	La supraconductivité à haute $T_c$ . . . . .	320
8.3.3	les systèmes complexes loin de l'équilibre . . . . .	320
8.3.4	Les transitions de phase . . . . .	321
8.3.5	La turbulence développée . . . . .	323
8.3.6	L'irréversibilité . . . . .	323
8.4	Bibliographie . . . . .	324
	<b>Appendices</b> . . . . .	<b>325</b>
<b>A.</b>	<b>Milieux granulaires</b> . . . . .	<b>325</b>
A.1	Enjeux et défis posés par la matière granulaire . . . . .	325
A.2	Mécanismes élémentaires . . . . .	327
A.2.1	Ordres de grandeur . . . . .	327
A.2.2	Frottement solide . . . . .	328
A.2.3	Stabilité d'une chaîne de grains . . . . .	329
A.2.4	Modèles et universalité des résultats . . . . .	329
A.3	Aspects statiques . . . . .	330
A.3.1	De nombreux états métastables . . . . .	330
A.3.2	Le rôle de la dimension . . . . .	330
A.3.3	Contraintes à l'intérieur du matériau . . . . .	331
A.3.4	Formation de voûtes . . . . .	332
A.3.5	Réponse à un cisaillement . . . . .	333
A.4	Ecoulements . . . . .	333
A.4.1	Le modèle hydrodynamique et ses limites . . . . .	333
A.4.2	Le tas de sable . . . . .	334
A.4.3	Quelques propriétés dynamiques spécifiques . . . . .	335
A.5	Conclusion . . . . .	336
A.6	Problèmes . . . . .	337

<b>B. Particules élémentaires</b> .....	339
B.1 Quelques idées (vraies ou fausses) .....	339
B.1.1 Particules .....	339
B.1.2 Forces .....	343
B.2 Théories quantiques de champs.....	346
B.2.1 Fluctuations quantiques et fluctuations thermiques ...	346
B.2.2 Simulations à $T = 0$ .....	348
B.2.3 Simulations dans le domaine des TeraKelvin .....	349
B.3 Questions .....	351
<b>Réponses aux questions</b> .....	353
<b>Les principales constantes physiques</b> .....	357
<b>Index</b> .....	359